

Estudio del transporte de solutos en las aguas subterráneas del sistema acuífero de Madrid mediante un modelo digital de celdas de mezcla.

por Manuel R. LLAMAS* y Eugene S. SIMPSON**

* Catedrático. C.S.I.C. y Departamento de Geología y Geoquímica. Universidad Autónoma de Madrid.

** Professor. Department of Hydrology and Water Resources. University of Arizona. Tucson. Arizona. 85721.

ABSTRACT

In this paper, the ground-water flow and solute transfer in the Madrid aquifer system has been analyzed using a preliminary model. The model consists of a set of interconnected cells, through which the transport of water and dissolved matter (in this case C-14) is represented by a sequence of finite states. The transformation from one state to the next is governed by successive equations. For each iteration and in each cell, the model computes, among other things: a) the cell state (mass or concentration); b) the average age of the water in the cell. As usual, this mass transfer model requires a previous knowledge or «guess» of the flow system. This model was designed by the second author and previously applied to several American aquifers.

The Madrid basin cell network consists of 30 cells distributed in two horizontal layers. The flow among the cells and the input from the environment to the system were estimated from data other previous digital models of the Madrid basin. The calibration elements were almost twenty C-14 (non-adjusted) data.

The computed data are coherent with the «real world» data of the age and of the flow system. Nevertheless the authors consider that this preliminary model still requires further redefinition of the cell network and of the inputs. This will be done when new data on C-14 adjusted age and on the flow system are available.

RESUMEN

En este artículo, de modo preliminar, se analiza conjuntamente el flujo del agua subterránea y la transferencia de solutos en el sistema acuífero de Madrid. El modelo consiste en un conjunto de celdas interconectadas a través de las cuales el transporte del agua y de las sustancias disueltas se representa por una serie de estados discretos. En cada paso o iteración (periodo discreto de tiempo) dentro de cada celda, se supone que se efectúa una mezcla química perfecta. La transformación de un estado al siguiente se rige por ecuaciones recurrentes. En cada celda, entre otras cosas, el modelo calcula: a) su estado (cantidad total o concentración del soluto en cada iteración); b) la edad media del agua en la celda. Como es corriente, este modelo de transferencia de masa requiere un previo conocimiento o «estimación» del sistema de flujo. Este modelo fue diseñado por el segundo autor y ha sido previamente aplicado al estudio de otros acuíferos de América.

La red de celdas del modelo de Madrid consiste en 30 celdas distribuidas en dos capas horizontales superpuestas. El flujo entre las celdas y la recarga desde el medio ambiente exterior al sistema fue estimada con datos procedentes de otros modelos digitales anteriores del acuífero de Madrid. La calibración se basa en cerca de veinte datos de C-14 (no-ajustado).

Los datos calculados son coherentes con los del «mundo real». Sin embargo, los autores consideran que este modelo preliminar todavía requiere una mejor definición de la red de celdas y del sistema de flujo. Esto será realizado cuando se disponga de nuevos datos sobre C-14 (ajustados) y sobre el sistema de flujo.

INTRODUCCIÓN

Desde hace unos veinte años algunos autores han venido utilizando celdas de mezcla o embalses discretos como base para modelar sistemas hidrológicos. Las celdas de mezcla

han sido utilizadas desde hace bastante tiempo en ingeniería química para el estudio de problemas de transferencia de masas. Sin embargo, casi todos estos modelos suponían que las celdas tenían volumen constante y estaban interconectadas mediante redes de configuración sencilla.

Por otra parte, otros modelos de transferencia de masas en los que se tiene en cuenta el fenómeno de la dispersión mediante la utilización del coeficiente de dispersividad parecen difícilmente aplicables en la mayoría de los problemas prácticos debido a la dificultad de conocer los valores reales de la dispersividad del acuífero y a la disponibilidad de esquemas de cálculo adecuados (Custodio, 1976).

En época reciente, el Departamento de Hidrología y Recursos Hidráulicos de la Universidad de Arizona en Tucson ha puesto a punto un modelo digital sencillo y flexible, basado esencialmente en la ecuación de la continuidad y que prescinde del coeficiente de dispersión para analizar el transporte de masas ya que su objetivo es la evaluación de estados medios del sistema a lo largo del tiempo y del espacio, este último discretizado en celdas de dimensiones relativamente grandes.

En su formulación más general, este modelo digital admite régimen transitorio o permanente tanto en lo que se refiere a las entradas de agua y solutos en el sistema como al volumen de las propias celdas; el modelo ha sido descrito con detalle en los trabajos de Campana (1975) y de Simpson y Duckstein (1976).

En el presente trabajo se presenta la aplicación de este modelo al análisis del transporte de las sustancias disueltas en las aguas subterráneas de la fosa del Tajo. Según nuestra información, este trabajo —aún dentro de su carácter preliminar— supone el primer intento realizado en España de modelar la transferencia de sustancias disueltas en un sistema quasi-tridimensional. Este trabajo es uno de los resultados del proyecto de investigación cooperativa sobre «Hidrogeología de Grandes Cuencas Sedimentarias» que realizan la Universidad de Arizona (Department of Hydrology and Water Resources) y el C.S.I.C. (Sección de Investigación de Recursos Hidráulicos). El modelo utilizado es de régimen permanente, con celdas de volumen constante. La red de celdas consta de dos capas superpuestas con el fin de poder representar el flujo tridimensional de las aguas subterráneas de la fosa del Tajo.

CARACTERISTICAS DEL MODELO

Definiciones

Celda $-(X)-$ indica la unidad fundamental en que se discretiza el sistema acuífero. Su red y conexiones se determinan por una combinación de «ojo de buen cubero» y de aproximaciones sucesivas.

Trazador indica cualquier sustancia medible disuelta en el agua (incluyendo moléculas de agua que contienen (T o D) cuya distribución en la naturaleza puede ayudar en el proceso de calibración del modelo.

Masa $-S(N, X)-$ es la cantidad total de trazador contenida en una celda (X) durante una iteración (N). Puede medirse en gramos, curios, etc.

Volumen $-VOL(X)-$ es la cantidad total de agua contenida en la celda (X). En nuestro caso se ha tomado como unidad el km³ y se determina multiplicando el volumen de la porción del acuífero a que corresponde la celda por su porosidad eficaz media. En el estudio de la cuenca de Madrid el volumen de cada celda se supone constante a lo largo de todo el proceso, es decir, independiente del valor de «N».

Concentración $-C(N, X)-$ es igual a la masa S (S, N) dividida por el volumen VOL (X). Se supone constante dentro de cada celda en cada paso o iteración. La concentración del volumen de agua que entra o sale a través de los bordes de una celda se designa con las letras BRC o BDC, respectivamente (borde —recarga o descarga— concentración). Cuando la entrada (salida) es desde (hacia) el exterior del sistema se utiliza la expresión SBRC (SBD C).

Paso o Iteración (N) es la etapa o periodo de tiempo en el que se resuelve el conjunto de ecuaciones que describen el fenómeno físico para una determinada entrada de agua y masa desde fuera del sistema. Puede ser útil hacer notar que, en otros modelos, el término iteración puede usarse con un significado diferente; el de designar un proceso de cálculo de resolución intermedia que por sucesivas aproximaciones llega a la solución final.

Variable de Estado o Estado es la variable que define la cantidad de masa que contiene una celda. En nuestro caso (régimen permanente) pueden definirse como masa o como concentración, es decir, puede ser «S» o «C».

Volumen de Recarga (Descarga) en el borde (BRV o BDV) es la cantidad de agua que entra o sale en cada celda en cada iteración. En nuestro caso se considera régimen permanente y por tanto $BRV(X) = BDV(X)$. Cuando esa entrada (salida) no es entre celdas del sistema sino que procede del (va al) exterior del sistema se designa con el símbolo $SBRV(X)$ o $SBDV(X)$.

Manantial o Sumidero R(N, X) designa la cantidad de masa que se origina o desaparece en la celda (X) durante la iteración (N) (p. e. en el caso del C-14 por desintegración). Si la sustancia disuelta no sufre alteración, $R = 0$. En nuestro caso sólo se va a considerar desintegración.

Elemento de fluido y Edad numérica. Elemento de fluido es una partícula elemental de agua de volumen muy pequeño pero finito. Se supone que todos los elementos de fluido tienen el mismo volumen. Cada elemento entra en el sistema con una concentración determinada —que puede ser nula pero no infinita— que conserva durante toda su permanencia en el sistema o modelo con la excepción de la cantidad que se pierde por desintegración. En otras palabras los elementos de fluido no intercambian masa entre ellos. La masa de una celda es la suma de las masas de todos los elementos de fluido

y la concentración de una celda es la media aritmética de las concentraciones de todos los elementos de fluido. Cada elemento de fluido tiene asignada una *edad numérica* que corresponde exactamente al número de pasos o iteraciones que transcurren desde que entró en el modelo. El máximo «número de edad» que un elemento de fluido puede tener se denomina «número de tránsito» y corresponde al valor de la iteración en que sale del sistema.

Tiempo real. En sí mismo cada paso o iteración no tiene por qué significar una unidad de tiempo. No obstante, en el estudio de la fosa de Madrid existe una relación sencilla pues se supone que $SBRV(X)$ es constante (régimen permanente) e igual a la recarga que recibe el modelo en los interfluvios (celdas de recarga) procedente de la infiltración de la lluvia. Si $Q(X)$ es la recarga por unidad de tiempo, tenemos:

$$SBRV(X) = Q(X) * DELTA$$

siendo DELTA el número de unidades de tiempo que corresponden a cada paso. En nuestro estudio se ha supuesto una recarga de la lluvia equivalente a 5 cm/año. Se han ensayado valores de DELTA iguales a 10 y 50 años; la experiencia ha indicado que la diferencia en las concentraciones de C-14 al cabo de 3.000 iteraciones sólo difiere en la cuarta cifra significativa. Por ello, en la generalidad de las pasadas se ha adaptado un valor de $DELTA = 50$ años. La edad «real» (en tiempo) de un elemento de fluido es igual a la edad numérica multiplicada por DELTA.

Densidad de Edad numérica $-A(N, X)-$ Esta función indica en la celda (X) la fracción de elementos de fluido de edad «N». La edad media del agua de la celda es la media aritmética de la edad de los elementos de fluido contenidos en ella.

$$\bar{A}(X) = \left(\sum_{N=1}^{N_m} A(N, X) * N \right) / \left(\sum_{N=1}^{N_m} A(N, X) \right) \quad (1)$$

dentro de la celda. En régimen permanente N_m coincide con el «número de tránsito».

$$\text{Por definición } \sum_{N=1}^{N_m} A(N, X) = 1 \quad (2)$$

En realidad la *edad real media* (en tiempo) es igual a $\bar{A}(X) * DELTA$. Si el régimen de flujo es permanente, la edad media del agua en cada celda se mantiene constante aunque aumente «N».

Ecuaciones básicas

Ecuación de la continuidad

La ecuación básica para cualquier celda del sistema en nuestro caso es:

$$S(N+1, X) = S(N, X) + BRV(N+1, X) * BRC(N+1, X) - BDV(N+1, X) * BDC(N+1, X) - R(N+1, X) \quad (3)$$

habiéndose definido antes el significado de cada una de las variables.

La ecuación (3) establece que la cantidad de trazados que hay en la celda (X) al final del paso o iteración (N+1) es igual

a la cantidad que había al final de la iteración (N), más la cantidad que ha entrado procedente de celdas interconectadas —o del exterior (en este caso sería $SBRV * SBRC$)—, menos la cantidad que ha salido a otras celdas interconectadas —o hacia fuera del sistema (en este caso $SBDV * SBDC$)—, menos la cantidad que se ha desintegrado durante la iteración. En otras palabras, la ecuación (3) es una formulación discreta de la ecuación de la continuidad.

Sistemas de mezclado

En un régimen de flujo permanente, como es el caso del acuífero de Madrid, el volumen de agua que entra en cada celda es igual al que sale de la misma, es decir: $BRV = BDV$.

En el modelo estos valores de volúmenes han sido deducidos de otros estudios previos. La masa de trazador en cada celda puede ser permanente o transitoria dependiendo de la historia de la entrada del trazador en el modelo. Si, de momento, se supone $R(N+1, X) = 0$ en la ecuación (3), entonces el único valor desconocido en el lado derecho de dicha ecuación es $BDC(N+1, X)$. Este valor puede calcular en el modelo de dos modos distintos según la manera como se efectúe el proceso de mezcla en cada iteración.

En el primer procedimiento denominado —celda de mezcla sencilla o SMC— se supone que en cada paso o iteración el volumen de la celda se expande para alojar el agua que entra (BRV), a continuación se produce la mezcla uniforme y después la celda se contrae y descarga un volumen igual al

que entra (Fig. 1 a). En resumen, el proceso es entrada-mezcla-salida. En este caso

$$BDC(N+1, X) = \frac{S(N, X) + BRV(X) * BRC(N+1, X)}{VOL(X) + BRV(X)} \quad (4)$$

En el segundo caso, denominado «celda de mezcla modificada» (MMC) el volumen de la celda es constante; por ello el agua que entra desaloja simultáneamente un volumen igual de agua y a continuación se produce la mezcla completa de las características químicas (fig. 1 b). En resumen, el proceso es entrada-salida-mezcla. En este caso

$$BDC(N+1, X) = \frac{S(N, X)}{VOL(X)} \quad (5)$$

Si $BRV(X) = VOL(X)$ se trataría de un caso de «flujo de pistón». Cuanto menor es la relación $BRV(X) / VOL(X)$ más se aleja del sistema MMC del «flujo de pistón» y más se aproxima al sistema previamente descrito de SMC.

En la mayor parte de los problemas hidrogeológicos reales la relación $BRV(X) / VOL(X)$ es pequeña ya que la recarga casi siempre suele suponer una fracción pequeña del volumen del acuífero que recibe dicha recarga. Por ello, si el flujo real es de pistón, el modelo puede dar desviaciones apreciables.

Desintegración radioactiva

La ecuación general de la desintegración aplicada a nuestro modelo puede escribirse:

$$S(N+1) = S(N) \times RD$$

$$\text{donde } RD = \exp(-\ln 2 * DELTA/T) \quad (6)$$

siendo DELTA el tiempo correspondiente a cada paso o iteración y T el periodo de semidesintegración del isótopo.

En el programa utilizado se supone que la desintegración se aplica a la masa que hay en la celda después de efectuados los intercambios de flujo correspondientes a BRV. Por ello en el lenguaje FORTRAN $S(N+1) = S(N+1) * RD$. Simpson y Duckstein (1976) consideran que si $DELTA < 0.01 T$ no es necesario hacer ajustes para tener en cuenta la diferencia en la cantidad de masa al principio y al final de la iteración.

En nuestro caso, que considera un periodo de desintegración de 5.730 años para el C-14, el máximo valor de DELTA utilizado es de 50 años, que es menor que 5730/100.

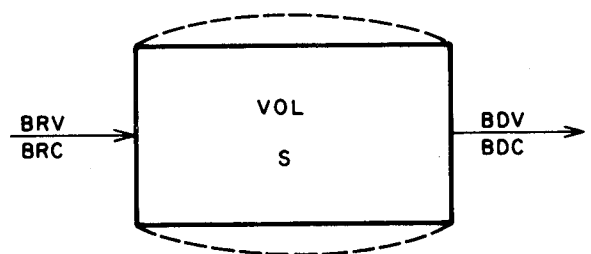
Edad media del agua

Anteriormente se ha definido la edad numérica de cada elemento de fluido y también la edad media del agua en una celda.

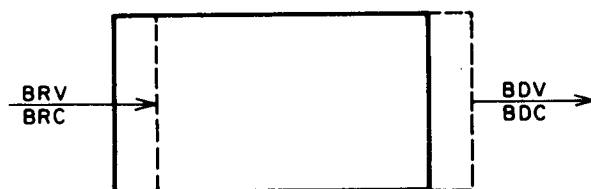
En el caso de una celda única, en régimen permanente y con un sistema de mezcla sencilla, la siguiente relación es válida (Campana, 1975):

$$\bar{A} = \frac{VOL}{BRV} \quad (7)$$

en la que $\bar{A}$ = edad media del agua en la celda en relación con la edad media del agua que entra en cada iteración.



a) Celda de mezcla simple (SMC)



b) Celda de mezcla modificada (MMC)

Fig. 1.- PROCESOS DE MEZCLA

VOL = volumen de la celda.

BRV = volumen de agua que entra en cada iteración.

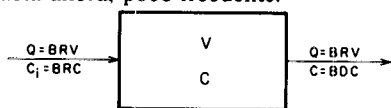
Si la mezcla en la celda es de tipo modificado (apartado 2.1) y $BRV \ll VOL$, la ecuación (7) sigue siendo aplicable.

Se puede calcular también la función de densidad $A(N)$ de la edad numérica de los elementos de fluido de una celda cualquiera de un modelo en régimen permanente, mediante el método de impulso-respuesta. Esto se consigue introduciendo un impulso en el sistema con un trazador de una magnitud arbitraria, cuando el estado de todas las celdas del sistema es igual a cero. Esto es la iteración $N = 1$, $SBRC(1, X)$ es igual a un número positivo distinto de cero y tal que la concentración de trazador sea la misma en todas las celdas de entrada e igual a $C(1)$; en todas las demás iteraciones $SBRC(N, X) = 0$. La concentración relativa del trazador en cada celda, como una función del número de iteración, es numéricamente idéntico a la función $A(N, X) = \frac{C(N, X)}{C(1)}$ (8)

Así pues, resolviendo las ecuaciones recurrentes hasta que $C(N, X)$ es igual a cero (hasta el número de cifras significativas deseadas) se puede determinar la distribución de $A(N, X)$ y de ella su valor medio $\bar{A}(X)$ y su varianza.

Este método de impulso-respuesta es válido cuando el trazador de cada elemento de fluido no experimenta disminución a causa de desintegración o de reacción con el terreno. Si esta condición no se cumple, la ecuación (8) no es válida y $A(N, X)$ es mayor que $C(N, X)$ (1).

En la ingeniería química el concepto de la celda de mezcla viene usándose desde hace bastantes años (Himmelblau y Bischoff, 1968). Sin embargo, su aplicación a los estudios hidrológicos es más reciente (Simpson y Duckstein, 1976) y, hasta ahora, poco frecuente.



$$Q[C_i - C] - \lambda VC = V \frac{dC}{dt}$$

donde C_i = concentración del trazador en el flujo de entrada

C = concentración del trazador en el flujo de salida y en la celda

V = volumen de la celda

Q = caudal de entrada y de salida

λ = coeficiente de desintegración

t = vida media del radioisótopo

$C_i = 0$ para $t > 0$

$$\text{La solución es } C/C_0 = \exp \left[-t \left(\frac{Q}{V} + \lambda \right) \right]$$

Fig. 2.- SOLUCION ANALITICA PARA EL CASO DE UNA

UNICA CELDA CON CONCENTRACION INICIAL FINITA Y

CONCENTRACION DE RECARGA NULA.

A título ilustrativo y para lectores menos familiarizados con estos conceptos, en las figuras 2 y 3 se presenta la fórmula analítica que da la dilución de la concentración de un trazador en una celda de mezcla que tiene una concentración inicial finita cuando la concentración del volumen o flujo de recarga es nula y se hace una aplicación a un caso hipotético con

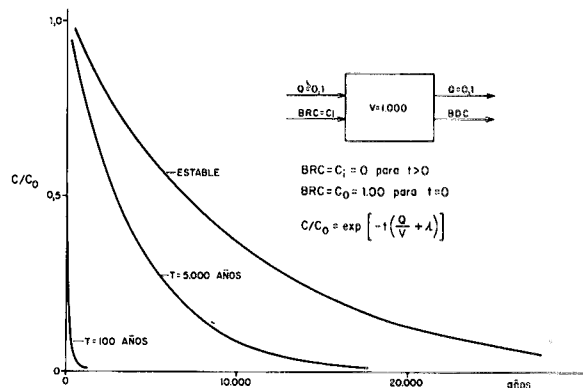
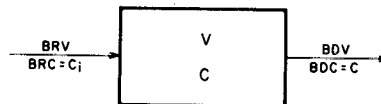


Fig. 3.- EJEMPLO DE VARIACION DE LA CONCENTRACION CON EL TIEMPO PARA EL MODELO ANALITICO DE LA Fig. 2.

trazadores de distinto periodo de semidesintegración. En las figuras 4 y 5 se presenta un caso análogo pero suponiendo que la concentración inicial de la celda es nula y en cambio la concentración del trazador es constante a partir de un determinado momento.

En ambos casos la edad media del agua de la celda es igual a 10.000 años. Sin embargo, si dicha edad media se calcula simplemente con base en la edad deducida de la concentración del radioisótopo, la edad media obtenida para la celda es muy inferior. Por ejemplo, en el caso representado en la figura 5 la edad correspondiente sería de 6.273 años para el trazador con un periodo de semidesintegración de 5.000 años y de sólo 614 años para el trazador con un periodo de semidesintegración de 100 años.



$$Q[C_i - C] - \lambda VC = V \frac{dC}{dt}$$

donde C_i = concentración del trazador en el flujo de entrada

C = concentración del trazador en el flujo de salida y en la celda

V = volumen de la celda

Q = caudal de entrada y de salida

λ = coeficiente de desintegración = $\frac{\ln 2}{T}$

T = vida media del trazador

condiciones iniciales y de borde

$C = 0$ para $t = 0$

$C_i = C_0$ para $t > 0$

La solución es

$$\frac{C}{C_0} = \left[1 - e^{-t \left(\frac{Q}{V} + \lambda \right)} \right] \frac{1}{1 + \lambda (V/Q)}$$

Fig. 4.- SOLUCION ANALITICA PARA EL CASO DE UNA

UNICA CELDA CON CONCENTRACION INICIAL NULA Y

CONCENTRACION DE RECARGA FINITA

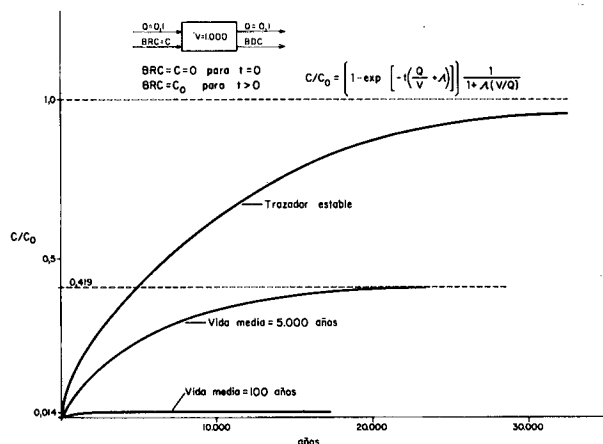


Fig. 5.- EJEMPLO DE LA CONCENTRACION CON EL TIEMPO PARA EL MODELO ANALITICO DE LA Fig. 4.

APLICACION AL SISTEMA ACUIFERO DEL Terciario Detritico del Tajo

Hidrogeología del Terciario detritico del Tajo

La zona considerada en el modelo incluye la zona cubierta por el Terciario detritico continental en las cuencas de los rios Henares, Jarama, Manzanares, Guadarrama y Alberche,

ocupando una superficie total algo superior a 4.000 km² (fig. 6 y tabla 2). Esta zona ha sido estudiada en los últimos años por numerosos autores tanto desde el punto de vista de la hidrogeología regional como desde otros aspectos más concretos (López Vera, 1977). Los datos numéricos de flujo utilizados en el presente modelo se han deducido esencialmente de los modelos digitales del flujo expuestos en los trabajos de López-Camacho (1977) y Llamas y Cruces de Abia (1976).

La zona detritica modelada ocupa un área alargada de algo más de 150 km de longitud y de una anchura media del orden de 30 km. Su límite septentrional lo forman principalmente rocas graníticas y metamórficas que —a efectos de este trabajo— se consideran impermeables; el límite meridional está esencialmente constituido por las formaciones terciarias de las facies central (arcillas y yesos principalmente) que, también se han considerado «impermeables», excepto en unas pocas zonas (ver fig. 7).

El espesor medio de estos materiales no es bien conocido. Los estudios geofísicos parecen indicar que con frecuencia es superior a 1.000 m y en algunos sitios puede llegar a 3.000 m de espesor. El Terciario detritico es de origen continental y se formó en un clima cálido y árido. Está constituido principalmente por lentejones de arenas arcósicas embebidas en materiales detriticos más finos (López Vera, 1977).

Como es lógico, la permeabilidad de estos materiales varía mucho de un sitio a otro. Como valores medianos se estima que puede ser del orden de 0,1–0,3-m/día. Como valor típico se considera que la permeabilidad vertical es de 100 a 1.000

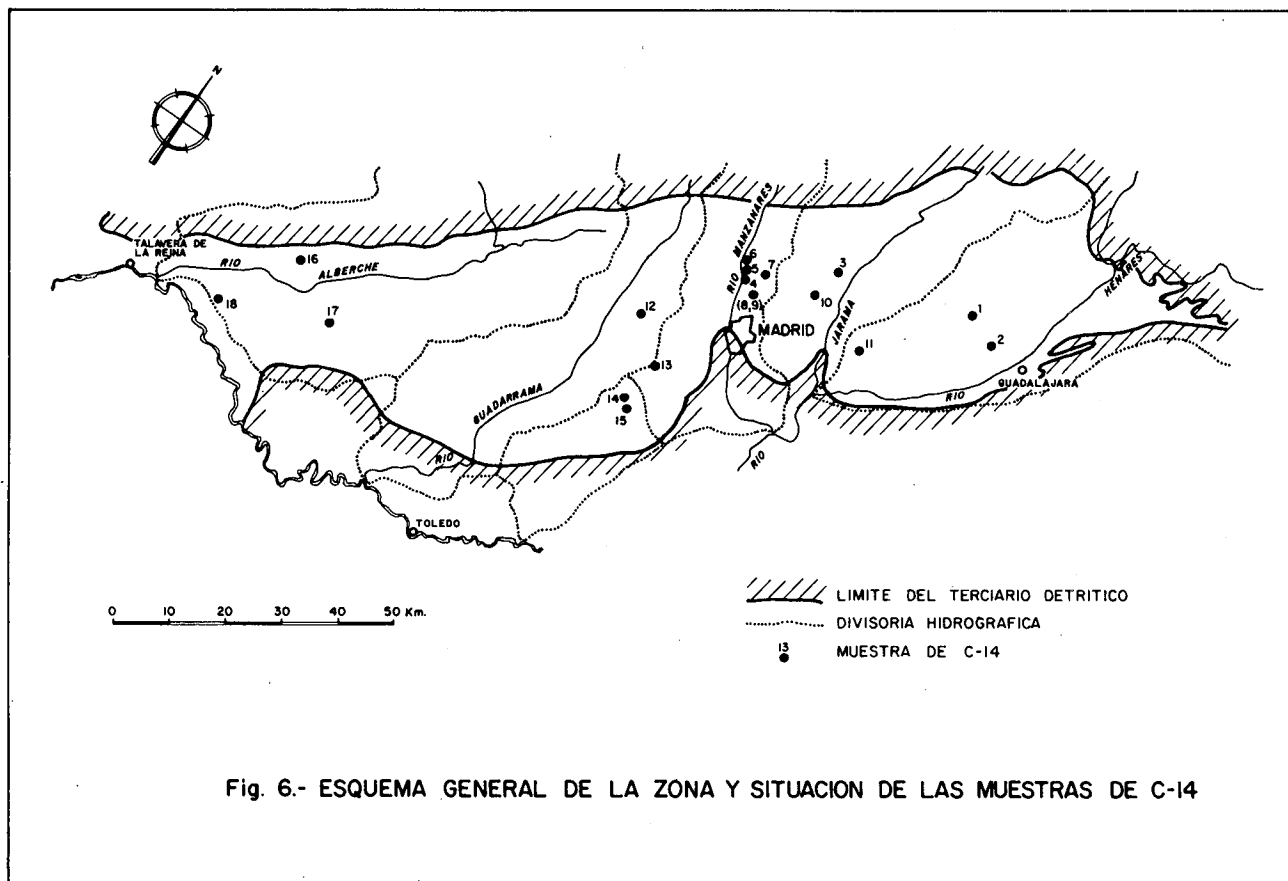


Fig. 6.- ESQUEMA GENERAL DE LA ZONA Y SITUACION DE LAS MUESTRAS DE C-14

veces mayor que la horizontal. Los caudales específicos de los pozos tienen una distribución log-normal con una mediana del orden de 25 m³/día.

La recarga del sistema acuífero se debe esencialmente a las precipitaciones (500 mm/año) y se reparte de modo más o menos uniforme sobre todo el Terciario detrítico, excepto en las zonas de descarga (esencialmente los fondos de los valles). La recarga media se ha estimado del orden de 0,05 m/año. La descarga del acuífero se efectúa esencialmente hacia el fondo de los valles, que a su vez alimentan los ríos de la zona, que son «ganadores» y permanentes. La profundidad desde la superficie del terreno hasta la zona saturada puede llegar hasta cerca de 100 m en las zonas de interfluvio.

La explotación de aguas subterráneas, aunque está aumentando de modo muy rápido, no comenzó a ser significativa hasta hace unos 10 años. En la actualidad probablemente es del orden de 50 a 100 hm³/año, lo cual comienza a suponer una fracción relativamente importante de la recarga total del Terciario detrítico (del orden de 200 hm³/año).

Datos de C-14

Hasta la fecha se dispone de 18 datos confiables de C-14. En la Tabla 1 se presentan dichos datos y en la figura 6 su situación en el mapa. Los análisis de C-14 han sido realizados por el Gabinete de Aplicaciones Nucleares del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Su recopilación ha sido efectuada por la Srta. Gómez Martos como parte de su tesis de licenciatura en la Universidad Complutense Gómez Martos, 1979).

TABLA 1

PORCENTAJE DE C-14 MODERNO Y EDAD CORRESPONDIENTE EN DIFERENTES HIPÓTESIS DE MEZCLA CON "C MUERTO"

Nº	(1)	(2)	(3)	(3')	(4)	(4')	(5)	(5')
1	S-R	0-6	78,2	2032	36,9	1160	97,8	183
2	S-R	0-11	78,0	2053	86,7	1179	97,5	209
3	2-D	148-153	42,3	7112	47,0	6241	52,9	5263
4	D	15-52	84,7	1372	94,1	502	105,9	0
5	D	35-96	30,7	9762	34,1	8893	38,4	7912
6	2-D	165-201	20,6	13000	22,9	12185	25,6	11163
7	2-R	112-132	37,3	8152	41,4	7290	46,3	6365
8	2-R	369-371	75,5	2323	83,9	1451	94,4	476
9	2-R	432-434	36,5	8331	40,6	7451	45,7	6473
10	R	70-91	55,5	4867	61,7	3991	69,4	3019
11	S-R	0-3	90,6	816	100,7	> 0	113,3	< 0
12	S-R	0-5	114,5	> 0	127,2	> 0	143,1	> 0
13	S-R	0-5	105,5	> 0	117,2	> 0	131,9	> 0
14	S-R	4	101,9	> 0	113,2	> 0	127,4	> 0
15	R	0-65	99,8	> 0	110,9	> 0	124,8	> 0
16	S-R	0-6	110,2	> 0	122,4	> 0	137,5	> 0
17	2-R	100-160?	73,9	2500	82,1	1630	92,4	653
18	R	0-93 ?	73,9	2500	82,1	1630	92,4	653

- (1) Situación dentro del sistema general de flujo.
S = Pozo somero
R = Pozo en celda de recarga
D = Pozo en celda de descarga
2 = Pozo con rejilla en la capa inferior (más de 100 m bajo zona saturada).
- (2) Situación de la rejilla del pozo bajo la zona saturada.
- (3) Porcentaje de C-Moderno suponiendo que no hay carbono procedente de disolución de calizas «muertas».
- (3') Edad en años suponiendo un período de semidesintegración de 5.730 años para el C-14.
- (4) Idem que (3) pero suponiendo que el 10 % del carbono procede de disolución de calcita «muerta».
- (5') Idem que (3) referido a (5).
- (6) Cuando el porcentaje es mayor que 100 se consideran aguas actuales con C-14 termonuclear.

En la tabla 1 se indica en primer lugar (columna 1) la situación de la muestra dentro del esquema simplificado de sistema de flujo que se ha utilizado en el modelo (ver apartado siguiente). En la columna (2) se indica la profundidad a que se encuentra la rejilla del pozo bajo la zona saturada. El dato fundamental proporcionado por el Gabinete de Aplicaciones Nucleares del MOPU es el % de actividad de la muestra en relación con el standard moderno (columna 3). En la columna (3') se han consignado los datos de edad *no ajustada* correspondientes a esos valores de % de carbono moderno y suponiendo un período de semidesintegración del C-14 igual a 5.730 años.

En estos momentos se está trabajando en el ajuste de esta edad, determinando la proporción del carbono de la muestra que procede de «carbono muerto» adquirido por el agua después de su infiltración en el terreno. En tanto que no se disponga de estos datos se ha hecho, provisionalmente, la hipótesis de que la proporción de carbono procedente de «calcitas muertas» es del 10 % y 20 %. En las columnas (4) y (5) se indican los porcentajes corregidos de actividad que deben aplicarse para calcular las edades ajustadas que figuran en las columnas (4') y (5').

En general los datos obtenidos son notablemente coherentes con el sistema de flujo deducido en otros estudios anteriores basados en otros métodos. Todas las muestras de pozos someros (n.ºs 1, 2, 11, 12, 13, 14 y 16) indican aguas modernas (de menos de 300 años) y frecuentemente con aguas con C-14 procedente de las explosiones termonucleares recientes. (% de actividad mayor que 100).

Parecen especialmente interesantes las muestras n.º 4, 5 y 6 y las 8 y 9. Las tres primeras corresponden a tres piezómetros muy próximos pero con rejillas a distintas profundidades y situados junto al río Manzanares, cerca de El Pardo. Se observa claramente un aumento de la edad con la profundidad, desde un agua moderna en la muestra 4, hasta 10.000 a 12.000 años en la muestra 6. La mayor «juventud» de las muestras más superficiales es coherente con la hipótesis de flujo supuesta: es decir, con que el fondo del valle del río Manzanares es una zona de descarga. Las líneas de corriente cortadas por un piezómetro proceden de mayor distancia —y por ello sus aguas son más «viejas»— cuanto más profundo es el piezómetro. En cambio en las muestras n.º 8 y 9 corresponden a un mismo pozo y fueron tomadas a distintas profundidades aislando la zona bombeada del resto del pozo mediante obturadores. Es interesante notar que la muestra 6 que corresponde a una clara zona de descarga (fondo valle del río Manzanares) es la más antigua de todas las muestras en tanto que las muestras 8 y 9 que corresponden a zonas mucho más profundas bajo la zona saturada pero están en una zona de recarga (o intermedia) son varios miles de años más jóvenes.

La muestra n.º 3 procede también de una zona profunda situada bajo una zona de descarga y parece tener una edad superior a los 5.000 años. Es interesante hacer notar que, dentro de las zonas de recarga, las aguas procedentes de pozos relativamente profundos pueden ser bastante antiguas. Así por ejemplo, las muestras n.º 7 y 10 tienen edades del orden de 6.000 años y 3.000 años respectivamente. Los datos de las muestras 17 y 18 no son fáciles de interpretar pero es muy posible que sus aparentes anomalías se deban a que no conocemos bien la situación de la rejilla en estos pozos.

En resumen, aún reconociendo la necesidad de contar con más muestras de C-14 con edad ajustada y procedentes de pozos con rejillas no muy largas y bien localizadas, los datos

actuales parecen indicar que:

a) En los pozos someros de las zonas de recarga las aguas son modernas.

b) Tanto en las zonas de recarga como en las de descarga, las muestras de agua tomadas a profundidades bajo la zona saturada del orden de 100 m o superiores parecen tener una antigüedad mínima del orden de 4.000 a 7.000 años.

c) Las aguas subterráneas más antiguas aparecen en las zonas profundas bajo los fondos de los valles antes de que estas aguas se mezclen con las aguas más modernas que también descargan en los fondos de los valles desde zonas limítrofes menos profundas.

d) Los cambios en la vertical de la edad de las aguas pueden ser muy importantes en distancias relativamente pequeñas (50 a 100 m). Esto puede deberse a la existencia de flujos intermedios o regionales, pero incluso con flujos locales probablemente también podrían darse estos cambios bruscos de edad.

Datos de entrada y operación del modelo

El modelo consta de 30 celdas dispuestas en dos capas; la capa superior tiene 16 celdas y la inferior 14 (figs. 7 y 8). Los límites horizontales de las celdas de la capa inferior coinciden exactamente con los límites horizontales de las celdas de la capa superior con la única excepción de las celdas de borde (n.º 1 y 9) que se considera que no tienen debajo otra celda. Así pues, la celda n.º 2 tiene debajo la 17, la 3, la 18... la 10 la 24 y la 16 la 30.

Básicamente los límites horizontales de las celdas se han definido separando las zonas de descarga (fondo de valle) de las de recarga (interfluvios). Las celdas de la primera capa tienen un espesor de 100 m y las de la segunda de 400. Las porosidades eficaces se ha supuesto que oscilan entre 0,10 y 0,20. En la tabla n.º 2 se especifican las características de cada celda. El espesor de las celdas (100 y 400 m) se ha fijado teniendo en cuenta la situación en profundidad de los datos disponibles de C-14 (ver tabla 1). También se ha tejido en cuenta el hecho de que la geología y los modelos de flujo disponibles parecen indicar que la mayor parte del flujo circula en la zona superior del sistema.

En la tabla n.º 2 se ha indicado también el volumen constante que, en cada paso o iteración, entra en las celdas de recarga (n.ºs 1 a 9) (SBRV). Este volumen corresponde a la recarga de 50 años. Al tratarse de régimen permanente, el volumen de agua que en cada iteración entra en cada celda ha de ser igual al volumen que sale. En las figuras 7 y 8 se indica para cada celda la fracción del volumen que descarga en cada iteración a las celdas interconectadas con ella o al medio exterior al sistema. Estos porcentajes se han *estimado* en base a modelos de flujo anteriores (López-Camacho, 1977, Llamas y Cruces de Abia, 1976). Así por ejemplo, la recarga infiltrada directamente en las celdas superiores (n.ºs 1 a 9) se ha distribuido entre las celdas colindantes horizontales de acuerdo con la situación de las divisorias de flujo del agua subterránea deducidas del correspondiente mapa del límite superior de la zona saturada. El flujo vertical de esas celdas de recarga se ha supuesto de modo muy simplista que es el 10 % de la recarga total que recibe cada celda; esta cifra habrá de ser definida en posteriores estudios.

El bombeo de agua subterránea, aunque desde hace 10 o 15 años es cada vez más importante, no se ha tenido en cuenta. La simulación efectuada corresponde a un periodo

TABLA 2

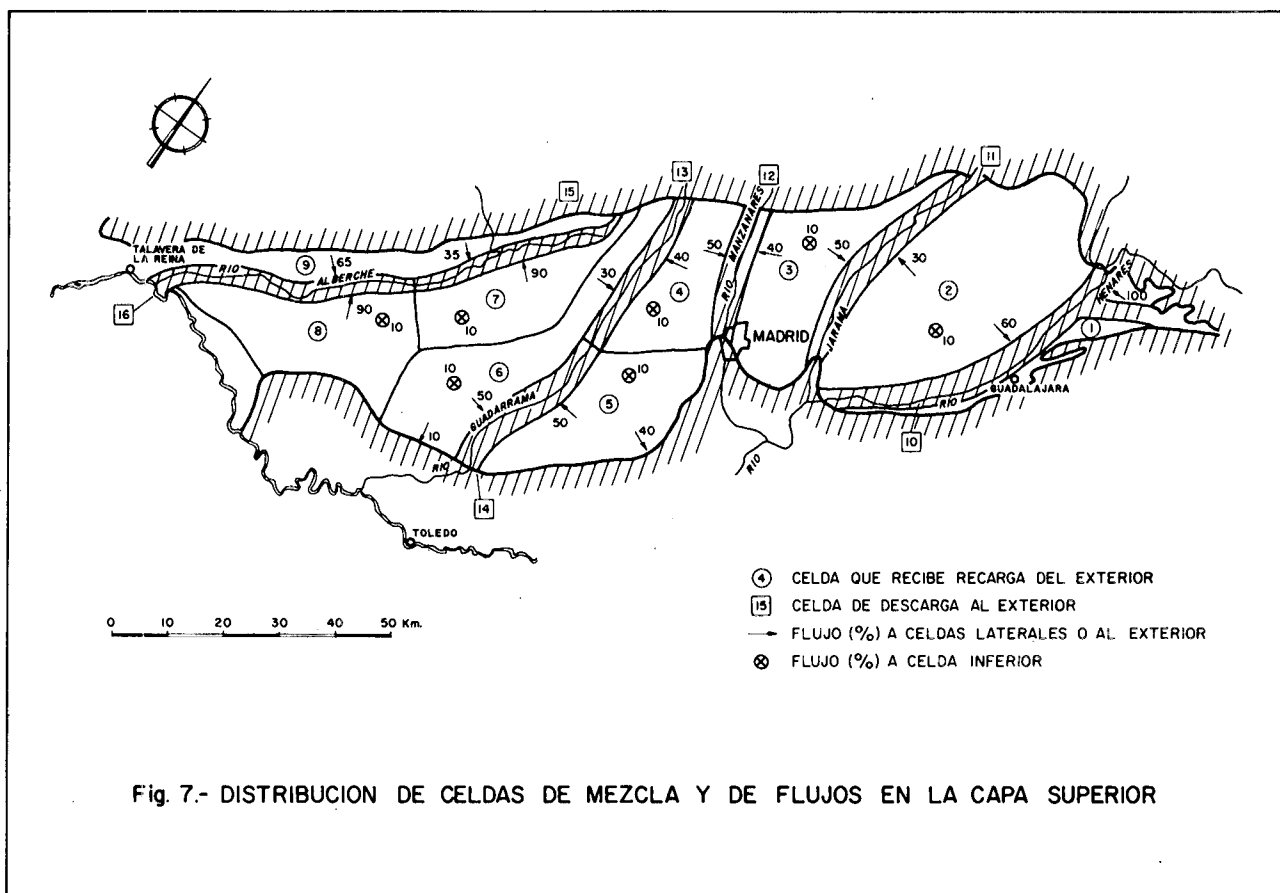
VOLUMEN Y RECARGA EN LAS CELDAS

CELDA N.	(KM ²) AREA	(KM) ESPESOR	S	(KM ³) VOLUMEN	(KM ³) RECARGA
1	150	0,1	0,15	2,25	0,375
2	1100	0,1	0,15	16,50	2,750
3	450	0,1	0,2	9,0	1,125
4	280	0,1	0,2	5,6	0,700
5	375	0,1	0,2	7,5	0,94
6	300	0,1	0,2	6,0	0,75
7	375	0,1	0,2	7,5	0,94
8	525	0,1	0,2	10,5	1,31
9	150	0,1	0,2	3,0	0,38
10	110	0,1	0,15	1,65	-
11	70	0,1	0,15	1,05	-
12	45	0,1	0,2	0,9	-
13	50	0,1	0,2	1,0	-
14	70	0,1	0,2	1,4	-
15	45	0,1	0,2	0,9	-
16	90	0,1	0,2	1,8	-
17	1100	0,4	0,1	44,0	-
18	450	0,4	0,1	18,0	-
19	280	0,4	0,1	11,2	-
20	375	0,4	0,1	15,0	-
21	300	0,4	0,1	12,0	-
22	375	0,4	0,1	15,0	-
23	525	0,4	0,1	21,0	-
24	110	0,4	0,1	4,4	-
25	70	0,4	0,1	2,8	-
26	45	0,4	0,1	1,8	-
27	50	0,4	0,1	2,0	-
28	70	0,4	0,1	2,8	-
29	45	0,4	0,1	1,8	-
30	90	0,4	0,1	3,6	-
AREA TOTAL DE RECARGA				3705 KM ²	
AREA TOTAL DE DESCARGA				480 KM ²	
AREA TOTAL				4185 KM ²	

muy largo —del orden de 100.000 años— y lo ocurrido en el último siglo no tiene importancia, a efectos del presente trabajo, si se admite que la perturbación producida hasta la fecha es pequeña.

El modelo fue calculado en sucesivas iteraciones —cada una representa 50 años— hasta que se consideró que había alcanzado un régimen permanente. Convencionalmente se ha admitido este régimen cuando las cuatro primeras cifras significativas de la concentración en cada celda no cambian al hacer una nueva iteración. Este régimen permanente se ha alcanzado hacia la iteración 2.000 —equivalente a 100.000 años—. Suponer que las condiciones hidrológicas se han mantenido constantes durante tan largo periodo de tiempo puede constituir una simplificación excesiva que habrá que revisar en posteriores estudios.

Como antes se dijo, la concentración de la precipitación en C-14 se ha supuesto igual a 100 y 80. La primera corresponde a la hipótesis de que el agua subterránea no aumenta su contenido en carbonatos o bicarbonatos por intercambio con calizas «muertas». En los otros dos casos se supone que el 10 o el 20 % del carbono disuelto respectivamente procede de



«carbono muerto».

También se ha efectuado una pasada del ordenador con el fin de obtener la edad media del agua en cada celda, de acuerdo con el procedimiento de impulso-respuesta anteriormente indicado. En este caso, el procedimiento seguido ha sido suponer que las celdas de recarga (n.ºs 1 a 9) tenían inicialmente una concentración igual a 100 de un trazador estable y que el agua de recarga tenía concentración nula a lo largo de todo el proceso.

Resultados

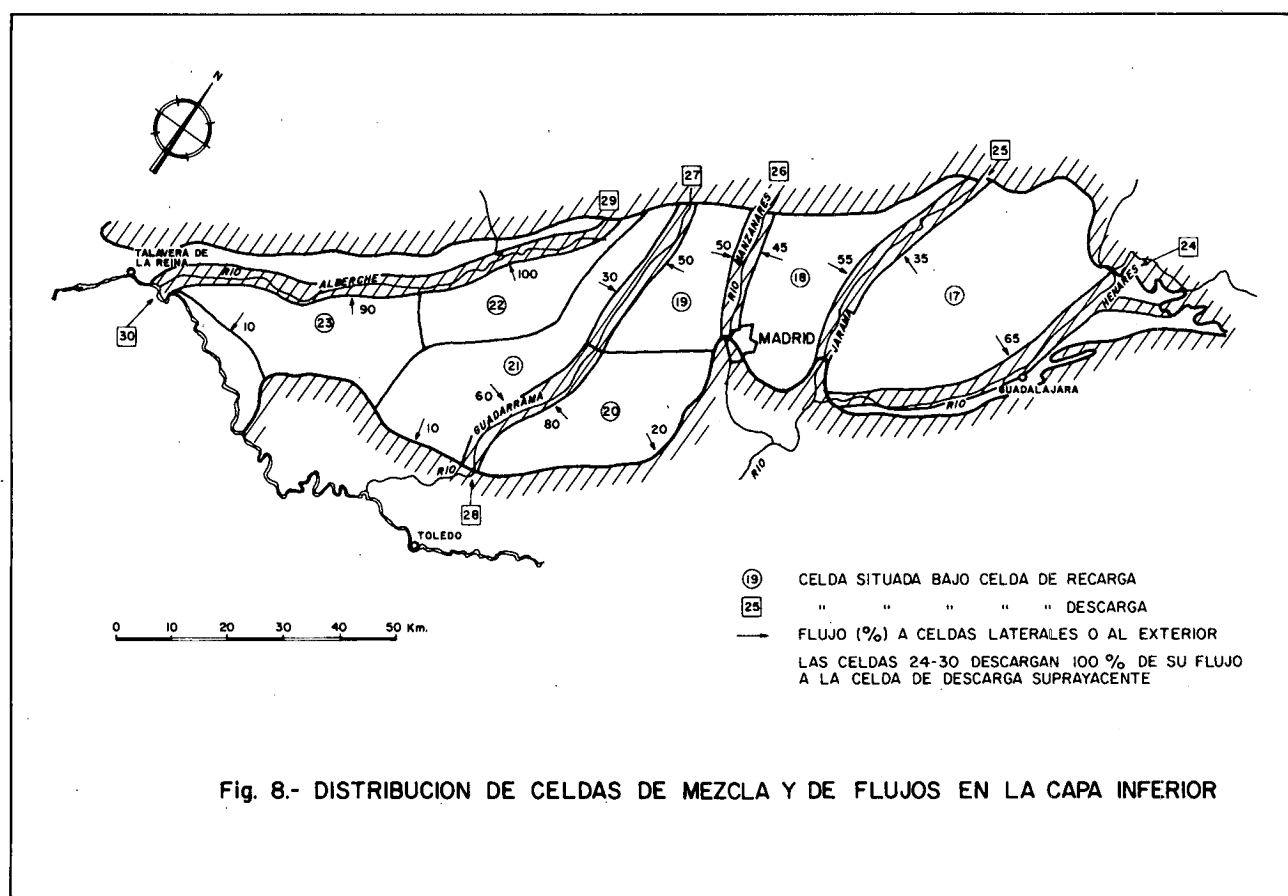
En la tabla n.º 3 se presentan los valores calculados por el modelo de la concentración (actividad) del C-14 y de la edad media del agua en cada celda, así como los valores «reales».

Los valores computados de la concentración de C-14 corresponden a la hipótesis de que el 20 % del carbono disuelto en el agua procedía de «carbono muerto» adquirido por interacción del agua subterránea con el esqueleto del acuífero. En otras palabras, la SBRC del modelo ha sido igual a 80. Como ya se dijo, esta hipótesis habrá de ser revisada cuando se disponga de datos ajustados de C-14. Se han consignado también en la tabla 3 las edades del agua correspondientes a estas concentraciones. Es importante tener en cuenta que estas edades sólo corresponden a la edad media del agua cuando el flujo es de pistón y, además, no hay mezclas de agua con distintas concentraciones. Si esta condición no se cumple, la edad indicada por el C-14 es

siempre menor que la edad media ya que la relación entre edad media y concentración de C-14 no es lineal sino inversamente exponencial. Por ello solamente en las celdas de recarga (n.ºs 1 a 9) coinciden prácticamente las edades calculadas en función del C-14 y por el método de impulso-respuesta o el método volumétrico; en las celdas de la capa inferior situadas bajo la zona de descarga la diferencia de edades es del orden de 2.500 años.

Como puede verse, la correspondencia entre las concentraciones «reales» de C-14 y las calculadas por el modelo es aceptable en todas las celdas de recarga de la capa superior en las que hay muestras, con excepción de la celda 3. Hay que tener en cuenta que para edades inferiores a 500 años el grado de precisión del método del C-14 no es alto. La «anomalía» de la celda 3 se debe probablemente a que la muestra 10 tiene una edad de unos 3.000 años, corresponde al «fondo» de la celda y casi podría estar en la celda 18 a la que corresponde una edad teórica de unos 6.000 años en C-14.

En las celdas 10-16 que corresponde a las principales zonas de descarga del sistema a través de los ríos, solamente se dispone para la calibración de dos muestras en la celda 12. Sus edades difieren notablemente de la edad media de la celda —unos 1.000 años—. La explicación pensamos puede atribuirse a que la muestra 4, la más superficial, corresponde a aguas predominantemente procedentes un un flujo local próximo (celda 3 concretamente); en cambio la muestra 6, la



más profunda, corresponde a agua que llega desde el fondo —desde la celda 26— cuya edad teórica en C-14 son 7.000 años.

En las celdas 17-23, situadas bajo las celdas de recarga, solamente hay muestras en las celdas 18 y 23. En la celda 18, las muestras 7 y 9 casi coinciden exactamente con la edad calculada por el modelo. La muestra 9 (celda 18) de una edad sorprendentemente joven ya que dicha muestra, así como la muestra 10 constituyen las muestras más profundas obtenidas hasta la fecha (del orden de 400-500 m bajo la zona saturada) y la muestra 8 está sólo unos 70 m más alta que la muestra 10. No sabemos bien a qué debe atribuirse esta anomalía.

Finalmente, en las celdas de la capa inferior situadas bajo los ríos (celdas n.ºs 24-30) solamente hay muestras en las celdas n.ºs 25 y 26. Sus datos de edad de C-14 son del orden de magnitud similares a los datos calculados por el modelo.

$$\diamond \rightarrow \delta \epsilon \pi \delta \leftarrow 1 \uparrow \rightarrow \omega \geq \cdot \uparrow \downarrow \omega \cdot \downarrow 9 \downarrow 2 \rightarrow \omega \cdot \delta 2$$

De lo anteriormente expuesto se deduce que el modelo reproduce en conjunto y *grosso modo* de manera aceptable la transferencia de solutos en el flujo del agua subterránea del sistema acuífero de Madrid. La edad media del agua subterránea para zonas del acuífero relativamente amplias parece que puede fácilmente ser del orden de 10.000 años.

El ajuste del modelo expuesto se obtuvo prácticamente

después de tres tanteos sucesivos; es decir con un proceso de calibración muy rápido. No se ha juzgado oportuno intentar una calibración más detallada, por ejemplo introduciendo una tercera capa de celdas y/o aumentando el número de celdas en cada capa horizontal. Se piensa que la mejora obtenida con ese procedimiento no sería significativa especialmente si se tiene en cuenta la relativa escasez de datos de C-14.

En cambio, juzgan los autores que puede ser interesante aplicar este modelo de celdas de mezcla al estudio de la variación del C-14 en un perfil hidrogeológico vertical. Esta investigación ha sido ya iniciada y se completará en breve en cuanto se disponga de datos más exactos, tanto de C-14 como del sistema de flujo en un perfil vertical, para permitir una mejor calibración. Entonces se podrá aplicar también este modelo al transporte de otros solutos (^{40}Ar , Ca^{++} y Na^+ , etc.) así como a los cambios de temperatura del agua en relación con el sistema de flujo subterráneo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen sinceramente al Dr. Stanley N. Davis de la Universidad de Arizona, al Dr. Bernardo López-Camacho del Servicio Geológico de Obras Públicas de Madrid y al Dr. Fernando López Vera de la Universidad Autónoma de Madrid la revisión del manuscrito y sus sugerencias para mejorarlo.

Tabla n.º 3 - Comparación de actividades de C-14 y de edades en la realidad y en el modelo.

TABLA 3

CELDA Nº	MUESTRAS Nº	(1) A (%) COMPUTADAS	(2) A (%) REAL	(3) EDAD C-14 AJUSTADA COMPUTADA	(4) EDAD C-14 AJUSTADA REAL	(5) EDAD MODELO	OBSERVACIONES
1	-	77	-	300	-	300	
2	1 2 11	77	78 78 91	300	200 200 200	300	
3	10	76	56	400	3000	400	La muestra 10 está casi en la celda inf.
4	12	76	115	400	0		
5	13 14 15	76	106 102 100	400	0 0 0	400	
6	-	76	-	400	-	400	
7	-	76	-	400	-	400	
8	18	76	73	400	700	400	
9	16	76	110	400	0	400	
10		73		700		1000	
11	-	72	-	800	-	1200	
12	4 5	72	85 31	900	0 7900	1300	Las muestras 5 y 4 son muy distintas para considerar que la media es representativa (ver Tabla 1).
13	-	71	-	1000	-	1400	
14	-	70	-	1100	-	1600	
15	-	72	-	800	-	1200	
16	-	72	-	800	-	1200	
17	-	39	-	5900	-	8300	
18	7 8 9	39	37 76 36	6000	6400 500 6500	8400	
19	-	39	-	6000	-	8400	
20	-	39	-	6000	-	8400	
21	-	39	-	6000	-	8400	
22	-	39	-	6000	-	8400	
23	17	39	74	6000	700	8400	Muestra dudosa
24	-	34	-	7000	-	9500	
25	3	35	42	6800	5300	9200	
26	6	34	21	7000	11200	9500	
27	-	32	-	7600	-	10100	
28	-	34	-	7100	-	9600	
29	-	35	-	6800	-	9300	
30	-	33	-	7500	-	9900	

BIBLIOGRAFÍA

- CAMPANA, M. E. (1975): Finite-state models of Transport Phenomena in Hydrologic Systems. *Ph. D. Dissertation*. University of Arizona. Tucson.
- CUSTODIO, E. (1976): Trazadores y Técnicas Radioisotópicas en Hidrología Subterránea, en *Hidrología Subterránea* (Custodio y Llamas, edit.). Barcelona. Ed. Omega, 2.347 p.
- GÓMEZ MARTOS, M. B. (1979): Estudio Preliminar del contenido en C-14 de las aguas Subterráneas del Terciario Detrítico del Tajo. Tesis de licenciatura. Facultad de C. Geológicas. Universidad Complutense. Madrid.
- HIMMELBLAU, D. M. and BISCHOFF, K. B. (1968): *Process Analysis and Simulations: Deterministic Systems*. New York. John Wiley, 348 p.
- LÓPEZ-CAMACHO, B. (1977): Estudio del Flujo del Agua Subterránea en medios Heterogéneos y Anisótropos mediante un Modelo Digital Bidimensional. Aplicación a la Región de Madrid. Trabajo correspondiente a una beca concedida por el Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. 106 p.

- LÓPEZ VERA, C. F. (1977): Modelo de Sedimentación de los Materiales detríticos de la Fosa de Madrid. *XXXII Congreso Luso-Español para el Progreso de las Ciencias*, T. XLII, N.º 4, pp. 257-266.
- LLAMAS, M. R. and CRUCES DE ABIA, J. (1976): Conceptual and Digital Models of the Ground Water Flow in the Tertiary Basin of the Tagus River (Spain). *Memoires of the International Hydrogeologists Association*. Vol. 11. Proceedings of the Symposium of Budapest, p. 186-202.
- SIMPSON, E. S. and DUCKSTEIN, L. (1976): Finite State Mixing Cell-Models. *Karst Hydrology and Water Resources*. Proceedings of the U.S. -Yugoslavian Symposium, Dubrom, June 1975, p. 22.1 - 22.24.

Recibido, octubre 1979.