Anuario de Psicología
1992, nº 55, 91-108

Análisis de covarianza en diseños de medidas repetidas: el riesgo de una interpretación

Manuel Ato
Juan José López
Universidad de Murcia

Este trabajo plantea la discrepancia encontrada en los resultados del análisis estadístico de diseños de medidas total o parcialmente repetidas con una (o más) covariante(s) utilizando paquetes estadísticos profesionales de uso común y el enfoque multivariante. Se desarrolla el proceso algorítmico que fundamenta el análisis tanto en el enfoque clásico como en el enfoque multivariante y finalmente se indican procedimientos de ajuste para corregir las deficiencias encontradas.
Palabras clave: *Análisis de covarianza (ACOVAR), diseños de medidas repetidas, paquetes estadísticos.*

This work shows the different results obtained in statistical analysis of repeated measures designs with a concomitant variable using main statistical packages and a multivariate approach. We developped the algorithmic process of statistical analysis both in clasical and multivariate approach and finally we point to corrective procedures of divergent results.
Key words: *Analysis of Covariance (ANCOVA), Repeated Measures Designs, Statistical Packages.*

A pesar de haber sido repetidamente advertido (Ceurvost y Stock, 1978; Delaney y Maxwell, 1981; Algina, 1982), una considerable dosis de precaución es preciso todavía poner en práctica al interpretar los datos empíricos analizados mediante análisis de covarianza (ANCOVA) con un diseño de medidas parcialmente repetidas (diseño mixto o *split plot*), particularmente si se utilizan para ello las salidas generadas por programas basados en el modelo lineal general.

Este trabajo se propone esclarecer las condiciones bajo las cuales debe proceder la interpretación correcta de tales análisis, tanto desde la perspectiva del modelo mixto como del modelo multivariante (Finn,1974; Davidson, 1972; Poor,

Dirección de los autores: Manuel Ato, Juan José López. Departamento de Metodología y Análisis del Comportamiento, Facultad de Psicología, Universiadad de Murcia. Apartado 4021. 30080 Murcia.

1973; McCall y Appelbaum, 1973; LaTour y Miniard, 1983; Maxwell y Delaney, 1990). Y aunque las conclusiones podrían generalizarse con facilidad a cualquier diseño mixto y a cualquier número de covariantes, por simplicidad limitamos la exposición al caso de un factor intersujetos, un factor intrasujetos (ambos con dos o más niveles) y una covariante constante (caso I) o variable (caso II) para los niveles del factor intrasujeto. Adoptamos también la perspectiva de la comparación de modelos (Neter, Wasserman y Kutner, 1985; Judd y McClelland, 1989; Maxwell y Delaney, 1990), combinándolo con tal finalidad con un algoritmo computacional harto conocido, el algoritmo SWEEP (Beaton, 1964; Goodnight, 1979; Hays, 1988; Heiberger, 1989; Ato, 1991; López, 1992).

El problema

Dos investigadores proceden a analizar los datos recientemente registrados en un experimento con un factor de agrupamiento (A, con tres niveles) y un factor intrasujeto (B, también con tres niveles). Se dispone además, para todos los sujetos implicados, de medidas previas a la administración de los tratamientos. En una primera aproximación desean utilizar la medida inicial como covariante configurando así un diseño factorial de medidas parcialmente repetidas con una covariante constante (Winer, Brown y Michels, 1991, pp. 828-832). En una segunda aproximación pretenden tomar como covariante cada una de las medidas previas registradas, configurando así un diseño similar al anterior con una covariante variable (Winer, Brown y Michels, 1991, pp. 832-836).

El primero de ellos dispone de fácil acceso al paquete SPSS-PC, en su versión 4.0, y utiliza para el análisis con la covariante constante el flujo siguiente:

```
TITLE «EXPERIMENTO 21: 04/1992».
DATA LIST/A 2 X1 5-6 B1 9-10 B2 13-14 B3 17-18.
COMPUTE X2=X1.
COMPUTE X3=X1.
BEGIN DATA.
1   3   8  14  17
1   5  11  18  19
1  11  16  22  28
2   2   6   8   9
2   8  12  14  16
2  10   9  10  19
3   7  10  10  13
3   8  14  18  22
3   9  15  22  27
END DATA.
MANOVA B1 TO B3 BY A (1 3) WITH X1 X2 X3
/WSFACTORS=B (3)
/DESIGN=A.
FINISH.
```

y a partir de la salida obtenida construye las fuentes del análisis de covarianza que se presentan en la Tabla 1a, lo que le conduce a rechazar, con probabilidad

$\alpha=.05$, la hipótesis nula de igualdad de medias para el factor intrasujeto: $F_{2,12}=30.39$; $p<.05$.

TABLA 1a. ANCOVA CON SPSS-PC (COVARIANTE CONSTANTE)

Fuentes de Variación	S.C.	υ	M.C.	F	p
Intersujeto					
X	226.85	1	226.85	8.53	.032
A	162.71	2	81.36	3.06	.136
Error (Intersujetos)	132.92	5	26.58		
Intrasujeto					
B	264.52	2	132.26	30.39	.000
A*B	19.26	4	4.81	1.11	.398
Error (Intrasujetos)	52.22	12	4.35		

Para el análisis con covariante variable, utiliza el flujo siguiente

```
TITLE «EXPERIMENTO 21: 04/1992».
DATA LIST/A 2 X1 5-6 X2 9-10 X3 13-14 B1 17-18 B2 21-22 B3 25-26.
BEGIN DATA.
1  3  4  5  8 14 17
1  5  9 10 11 18 19
1 11 14 12 16 22 28
2  2  1  4  6  8  9
2  8  9  9 12 14 16
2 10  9 11  9 10 19
3  7  4  6 10 10 13
3  8 10 10 14 18 22
3  9 12 12 15 22 27
END DATA.
MANOVA B1 TO B3 BY A (1 3) WITH X1 X2 X3
/WSFACTORS=B (3)
/DESIGN=A.
FINISH.
```

y la correspondiente salida se resume en la Tabla 1b, conduciéndole también a la conclusión de rechazar la hipótesis de nulidad para el factor de medidas repetidas: $F_{2,11}=14.25$; $p<.05$.

Parece pues evidente para el primer investigador que el factor de medidas repetidas presenta en ambos casos una influencia significativa sobre la variable dependiente.

TABLA 1b. ANCOVA CON SPSS-PC (COVARIANTE VARIABLE)

Fuentes de Variación	S.C.	υ	M.C.	F	p
Intersujeto					
X	305.25	1	305.25	27.99	.003
A	91.26	2	45.63	4.18	.086
Error (Intersujetos)	54.53	5	10.91		
Intrasujeto					
X	2.97	1	2.97	0.66	.433
B	127.62	2	63.81	14.25	.001
A*B	10.30	4	2.57	0.57	.687
Error (Intrasujetos)	49.25	11	4.48		

Al segundo experimentador le resulta más sencillo operar con un paquete estadístico más interactivo y elige para ello el paquete SYSTAT en su versión 5.0 (Wilkinson, 1990). Siguiendo las indicaciones del manual, utiliza el siguiente flujo de comandos para una covariante:

```
> DATA
> SAVE EXPER21
> INPUT A X B1 B2 B3
> 1   3   8  14  17
> 1   5  11  18  19
> 1  11  16  22  28
> 2   2   6   8   9
> 2   8  12  14  16
> 2  10   9  10  19
> 3   7  10  10  13
> 3   8  14  18  22
> 3   9  15  22  27
> RUN
> MGLH
> CATEGORY A
> MODEL B1 B2 B3=CONSTANT+A+X/REPEAT, NAME='B'
> ESTIMATE
```

y construye por su parte las fuentes de variación del análisis de covarianza que se presenta en la Tabla 2. Una atenta inspección de esta tabla es importante porque, además de aparecer una nueva fuente de variación inexistente en la salida del SPSS de la Tabla 1a (en concreto, la interacción entre covariante y variable intrasujeto), se induce la inexistencia de resultados significativos para todas las hipótesis nulas implicadas, y concretamente para el factor de medidas repetidas $F_{2,10}=1.51$; $p>.05$.

TABLA 2. ANCOVA CON SYSTAT (COVARIANTE CONSTANTE)

Fuentes de Variación	S.C.	υ	M.C.	F	p
Intersujeto					
X	226.85	1	226.85	8.53	.032
A	162.71	2	81.36	3.06	.136
Error (Intersujetos)	132.92	5	26.58		
Intrasujeto					
B	9.28	2	4.64	1.51	.268
A*B	20.88	4	5.22	1.70	.227
B*X	21.42	2	10.71	3.48	.071
Error (Intrasujetos)	30.80	10	3.08		

Para el caso de la covariante variable, el manual del paquete (Wilkinson, 1990, p. 292) advierte que es preciso reconfigurar los datos para adaptarlos a un modelo diferente, con un registro diferente por cada medida observada.

Centrándonos por el momento en el primer caso (covariante constante), resulta obvio que la interpretación de los resultados genera una conclusión contradictoria entre los dos investigadores en lo que concierne al factor *B*, el factor de medidas repetidas. La discrepancia es, esencialmente, una cuestión relativa a la planificación de estrategias analíticas diferentes en los paquetes estadísticos profesionales y de cuestiones de detalle de los algoritmos de cálculo utilizados para la obtención de los resultados. De hecho, una salida similar a la del SPSS puede obtenerse con los programas 2V y 4V del paquete BMDPC (versión 1990), mientras que una salida semejante a la del SYSTAT se obtiene con el módulo GLM del paquete SAS-PC (versión 6.04).

Las salidas hasta aquí comentadas representan por otra parte la aplicación particular de uno de los dos métodos analíticos posibles para analizar los datos de un diseño de medidas parcialmente repetidas, a saber, el enfoque multivariante. Un enfoque analítico alternativo es el enfoque clásico, también llamado enfoque univariante o enfoque del modelo mixto (Hummel y Sligo, 1971; Davidson, 1972; Poor, 1973; McCall y Appelbaum, 1973). Ambos enfoques con sus implicaciones respectivas se tratan a continuación.

El enfoque clásico (univariante)

El modelo clásico utilizado para analizar los datos de un diseño de medidas parcialmente repetidas o diseño mixto con una covariante (Winer, 1971; Kirk, 1982; Keppel, 1982; Maxwell y Delaney, 1990; Winer, Brown y Michels, 1991) es:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \pi_{i(j)} + \beta_k + \alpha\beta_{jk} + \beta\pi_{ki(j)} + \gamma(x_{ijk} - \bar{x}_k) + \varepsilon_{ijk} \tag{1}$$

donde (véase en Ato, 1991, p. 134-137, la justificación de la terminología empleada)

- y_{ijk} es la observación registrada para el sujeto *i* del grupo *j* en el ensayo *k* sobre la variable dependiente Y;
- μ es la media global de la variable dependiente;
- α_j es el efecto (intersujeto) atribuible al factor *A* (factor de agrupamiento);
- $\pi_{i(j)}$ es el efecto (intersujeto) correspondiente al factor *S* (factor de sujeto);
- β_k es el efecto (intrasujeto) relativo al factor *B* (factor de medidas);
- $\alpha\beta_{jk}$ es el efecto (intrasujeto) de la interacción de los factores *A* y *B*;
- $\beta\pi_{ki(j)}$ es el efecto (intrasujeto) de la interacción de los factores *B* y *S*;
- γ es el coeficiente de regresión intragrupo, promediado para los *a* grupos existentes; x_{ijk} es la observación para el sujeto *i* del grupo *j* en la medida *k* registrada sobre una covariante *X* y x_k es la media de tal covariante en el ensayo *k*;
- ε_{ijk} es el error residual no atribuible a los componentes anteriormente especificados.

El propósito del ANCOVA, como técnica de control estadístico (Cochran, 1957; Elashoff, 1969; Huitema, 1980), consiste en ajustar las puntuaciones en la variable dependiente eliminando de aquélla la variabilidad explicada por la regresión lineal de la covariante sobre la variable dependiente, o similarmente, las diferencias en *Y* se ajustan respecto de las diferencias en *X*, de tal modo que la ecuación (1) resulta

$$y_{ijk} - \gamma(x_{ijk} - \bar{x}_k) = \mu + \alpha_j + \pi_{i(j)} + \beta_k + \alpha\beta_{jk} + \beta\pi_{ki(j)} + \varepsilon_{ijk} \tag{2}$$

y el análisis procede como un diseño de medidas parcialmente repetidas convencional. Winer (1971, p. 797) destaca dos casos posibles:

- en el primero, hay una medida única de la covariante para toda la secuencia que configura la variable B (caso de la covariante constante o caso I);
- en el segundo, se toma una medida sobre la covariante inmediatamente antes del registro de la observación correspondiente para el nivel de la variable B implicado (caso de la covariante variable o caso II).

La formulación del modelo (1) considera la primera situación como caso particular del segundo, donde las x_{ijk} son iguales para todo *k*, y por tanto el modelo se simplifica en

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \pi_{i(j)} + \beta_k + \alpha\beta_{jk} + \beta\pi_{ki(j)} + \gamma(x_{ij} - \bar{x}) + \varepsilon_{ijk} \tag{3}$$

En el caso de la covariante constante (caso I), deben ajustarse únicamente los efectos intersujeto del modelo. Siguiendo a Ceurvost y Stock (1978, p. 510), para dos observaciones *i* e *i'* cualesquiera, sumando las *b* medidas repetidas,

$$[y_{ij.} - \gamma(x_{ij} - \bar{x})] - [y_{i'j.} - \gamma(x_{i'j} - \bar{x})] = (y_{ij.} - y_{i'j.}) - \gamma(x_{ij} - x_{i'j}) \tag{4}$$

Por el contrario, los efectos intrasujeto no son susceptibles de ajuste, ya que para dos ensayos cualesquiera, *k* y *k'*, el componente de regresión queda suprimido,

$$[y_{ijk} - \gamma(x_{ij} - \bar{x})] - [y_{ijk'} - \gamma(x_{i'j} - \bar{x})] = y_{ijk} - y_{ijk'} \tag{5}$$

En el caso de la covariante variable (caso II), por el contrario, es necesario ajustar los efectos inter e intrasujeto, ya que en tal caso el componente de regresión es $\gamma(x_{ijk} - \bar{x}_k)$.

En cualquiera de los casos citados, la validez de los procedimientos de ajuste depende del cumplimiento del supuesto de homogeneidad de las pendientes de regresión inter e intrasujeto (Algina, 1982; Boik, 1988; Maxwell y Delaney, 1990) que el modelo lineal univariante incorpora. En el caso I es obvio que las pendientes de regresión intrasujeto son iguales y de ahí que el ajuste sea nulo o inexistente en la porción intrasujeto.

Además, las pruebas univariantes para los efectos de la porción intrasujeto (efecto principal de B y su interacción con A) requieren el cumplimiento del supuesto de esfericidad o circularidad (o del menos restrictivo supuesto de simetría combinada) de las matrices de covarianza (Arnau, 1986, p. 288; Kirk, 1982, pp. 256-259; Maxwell y Delaney, 1990, p. 472; Winer, Brown y Michels, 1991, ep. 4.4), un supuesto que raras veces se cumple en la investigación conductual.

Afortunadamente, existen medios que permiten probar el grado de circularidad de las matrices de covarianza. Una medida del grado en que la matriz de covarianza se desvía de la circularidad fue propuesta por Box (1954) y se conoce como factor de ajuste ε, pero la más común es la prueba de esfericidad **W** de Mauchly (1940; véase también Keselman y cols., 1980; Kirk, 1982, pp. 259-260;

Winer, Brown y Michels, 1991, pp. 255-259; Vallejo, 1991, pp. 33 y ss.) En el caso de que no se cumplan los supuestos requeridos, es posible realizar ajustes sobre los grados de libertad de numerador y denominador de los efectos de la porción intrasujeto, basado en el factor ε con uno de dos métodos: el procedimiento de Geisser y Greenhouse, o G-G (Geisser y Greenhouse, 1958; Greenhouse y Geisser, 1959), más liberal, representa la estimación por máxima verosimilitud del factor de Box, mientras que el ajuste de Huynh y Feld, o H-F (1970, 1976), más conservador, se obtiene a partir de estimaciones insesgadas de los elementos de numerador y denominador del factor ε.

El enfoque univariante es, en general, bastante potente en presencia de no muy pequeños tamaños muestrales y tanto más potente cuanto mayor sea el grado de cumplimiento del supuesto de circularidad (Mendoza, Toothaker y Nicewander, 1974; Harris, 1985; Rogan, Keselman y Mendoza, 1979; O'Brien y Kaiser, 1985).

A. Caso I (covariante constante).

Todos los paquetes estadísticos profesionales pueden obtener con facilidad las porciones inter e intrasujeto de un diseño de medidas parcialmente repetidas con una covariante constante. Para ello es preciso reorganizar los datos, a partir de la presentación de los flujos del SPSS y SYSTAT más arriba citados, para tener en cuenta la existencia de un factor de sujetos, *S*, anidado dentro de los niveles del factor de agrupamiento y cruzado con los niveles del factor de medidas repetidas, de tal modo que cada medida repetida constituya una observación separada durante la introducción de datos. De esta manera, el anterior fichero de datos con 9 filas y 5 columnas (de las cuales 3 son medidas repetidas) se convierte en un fichero con 27 filas (9 sujetos observados en 3 ocasiones consecutivas) y 5 columnas (dos para representar las variables *A* y *B*, una para la covariante *X*, una para la *S* y una para la variable dependiente *Y*).

En el caso del paquete SYSTAT, tal análisis supone la introducción de los comandos siguientes, administrados dentro del módulo MGLH,

```
CATEGORY A B S
MODEL Y = CONSTANT+X+A+B+A*B+B*S{A}
ESTIMATE
```

y la salida de resultados puede consultarse en la Tabla 3,

TABLA 3. ANCOVA CON SYSTAT (ENFOQUE MIXTO; COVARIANTE CONSTANTE)

Fuente de Variación	S.C.	υ	M.C.	F	p
X	226.85	1	226.85	8.53	.032
A	162.71	2	81.36	3.06	.136
B	264.52	2	132.26	4.97	.000
A*B	19.26	4	4.81	0.18	.398
B*S(A)	52.22	12	4.35	0.16	
Error	132.92	5	26.59		

cuyo componente residual es el error intersujetos, *S(A)*. Nótese en particular que la salida generada por SYSTAT con el modelo univariante (Tabla 3) es puntualmente igual a la del SPSS-PC con el modelo multivariante (Tabla 1a), pero solamente en lo que respecta a las sumas de cuadrados, grados de libertad, medias cuadráticas y pruebas F para la porción intersujeto. Las razones *F* de la porción intrasujeto (*B* y *A*B*) no son las correctas porque en ambos casos se toma como denominador el error intersujetos. Sin embargo, las pruebas *F* de la porción intrasujeto pueden obtenerse con facilidad mediante la aplicación de la hipótesis lineal general, que permite incorporar la fuente de error correcta.

```
HYPOTHESIS
EFFECT=B
ERROR=B*SUJ{A}
TEST
HYPOTHESIS
EFFECT=A*B
ERROR=B*SUJ{A}
TEST
```

Nótese que, en el caso I, la covariante ajusta únicamente los elementos de la porción intersujetos (es decir, los elementos *A* y *S(A)* del modelo postulado). Respecto a una salida típica de medidas repetidas, la porción intrasujeto pierde un grado de libertad, consumido precisamente por la covariante utilizada para el ajuste.

Obviamente, la formulación de modelos que definan como término residual el elemento *B* S(A)*, (el error intrasujeto) supone un ajuste de la porción intrasujeto, pero no de la porción intersujetos. Sin embargo, en algunos paquetes estadísticos basados en el modelo lineal general, la incorporación de la fuente de error intersujetos, *S(A)*, hace abortar el programa al introducir dependencias en la matriz de datos.

Una conceptualización más precisa del análisis efectuado se obtiene programando la técnica con el operador SWEEP (Ato, 1991; López, 1992). Utilizando el paquete GAUSS (versión 3, 1992), y codificando apropiadamente las variables implicadas (*K* para la constante, *X* para la covariante, *A* y *B* para los factores inter o intrasujeto, *A*B* para la interacción, *S* para sujetos anidados dentro de los niveles de *A* y *B*S* para la interacción de *B* con *S(A)*, el proceso se desarrolla, partiendo de una matriz de momentos, *M*, con los comandos siguientes:

Operación SWEEP	Residuo	RPE	Fuente Estimada
M1 = SWP(M,K|X|A|B|A*B|S)	52.22		B*S(A)
M2 = SWP(M,K|X|A|B|A*B)	185.15	M2-M1 = 132.92	S(A)
M3 = SWPI(M1,B)	316.74	M3-M1 = 254.92	B
M4 = SWPI(M1,A*B)	71.48	M4-M1 = 19.26	A*B
M5 = SWPI(M2,X)	412.00	M5-M2 = 226.85	X
M6 = SWPI(M2,A)	347.86	M6-M2 = 162.71	A

donde se ha estimado mediante *sweep* directo (SWP) dos modelos diferentes, el primero desarrollado a partir de la matriz M1 y el segundo de matriz M2, y sucesivamente se van eliminando las variables introducidas mediante *sweep* inverso (SWPI). Nótese en particular los siguientes detalles de este proceso:

- la matriz M1 deja como residuo el componente *B*S(A)* y por tanto es la base de la estimación de los componentes de la porción intrasujeto;
- la matriz M2 deja como residuo la suma de los componentes *S(A)* y B*S(A) y por sustracción respecto de M1 la reducción proporcional del error (RPE) es el componente *S(A)*, por cuya razón es básica para estimar los componentes de la porción intersujetos;
- la eliminación de *A* procede a partir de M2, mientras que la eliminación de *B* y de *A*B* procede a partir de M1;
- la eliminación de la covariante *X* es única (M5) y afecta al componente intersujetos.

B. Caso II (covariante variable).

En el caso de una covariante variable para los diferentes niveles del factor de medidas repetidas, la situación es más compleja aunque también susceptible de estimación. El problema fundamental reside en que no sólo deben ajustarse de los efectos de la covariante la porción intersujetos, sino también la porción intrasujeto. Ello requiere, para el caso del paquete SYSTAT y de otros paquetes profesionales, la estimación de dos modelos diferentes, y una composición apropiada de las fuentes de variación. En concreto, el flujo necesario con SYSTAT es

```
CATEGORY A B S
MODEL Y=CONSTANT+X+A+B+A*B+B*S(A)
ESTIMATE
MODEL Y=CONSTANT+X+A+B+A*B+S(A)
ESTIMATE
```

Las salidas respectivas se presentan en las Tablas 4a y 4b. La interpretación correcta de los resultados pasa necesariamente por combinar los datos de ambas tablas. La salida de la Tabla 4a es un modelo cuyo error es *S(A)*, y por tanto sólo pueden considerarse válidos los resultados que corresponden a los elementos *X*, *A* y el error intersujetos. La inclusión de la covariante implica que los restantes elementos serán convenientemente ajustados. Por su parte, la salida de la Tabla 4b es un modelo cuyo error es *B*S(A)*, y por tanto se consideran válidos únicamente los resultados para los elementos *X*, *B*, *A*B* y el error intrasujetos. La salida correcta, combinando los datos de ambas tablas, se exhibe en la Tabla 5.

TABLA 4a. MODELO SYSTAT 1 (ENFOQUE MIXTO; COVARIANTE VARIABLE)

Fuente de Variación	S.C.	υ	F	M.C.	p
X	305.25	1	27.99	305.25	.003
A	91.26	2	4.18	45.63	.086
B	138.39	2	6.35	69.20	.042
A*B	5.34	4	.12	1.34	.968
B*S(A)	58.71	12	.45	4.89	.882
Error (Intersujetos)	54.53	5		10.91	

TABLA 4b. MODELO SYSTAT 2 (ENFOQUE MIXTO; COVARIANTE VARIABLE)

Fuente de Variación	S.C.	v	F	M.C.	p
X	2.97	1	.66	2.97	.433
A	96.92	2	10.82	48.46	.003
B	127.61	2	14.25	63.81	.001
A*B	10.30	4	.57	2.57	.687
S(A)	63.99	6	2.38	10.66	.101
Error (Intrasujetos)	49.25	11		4.48	

TABLA 5. MODELO FINAL (MODELO MIXTO; COVARIANTE VARIABLE)

Fuentes de Variación	S.C.	v	F	M.C.	p
Intersujeto					
X	305.25	1	27.99	305.25	.003
A	91.26	2	4.18	45.63	.086
Error (Intersujetos)	54.53	5		10.91	
Intrasujeto					
X	2.97	1	0.66	2.97	.433
B	127.62	2	14.25	63.81	.001
A*B	10.30	4	0.57	2.57	.687
Error (Intrasujetos)	49.25	11		4.48	

La comparación de esta tabla con la Tabla 1b, obtenida con el SPSS-PC (aplicando un modelo multivariante), refleja la similaridad de resultados de ambos paquetes.

Utilizando el algoritmo *SWEEP*, el código necesario es muy similar al presentado en el caso de la covariante constante,

Operación SWEEP	Residuo	RPE	Fuente Estimada
M1 = SWP(M,K|X|A|B|A*B|B*S)	54.53		S(A)
M2 = SWP(M,K|X|A|B|A*B|S)	49.25		B*S(A)
M3 = SWPI(M1,X)	359.78	M3-M1 = 305.25	X (Intersujetos)
M4 = SWPI(M1,A)	145.80	M4-M1 = 91.26	A
M5 = SWPI(M2,X)	52.22	M5-M2 = 2.97	X (Intrasujetos)
M6 = SWPI(M2,B)	176.87	M6-M2 = 127.61	B
M7 = SWPI(M2,A*B)	59.54	M7-M2 = 10.28	A*B

Nótese, en primer lugar, que son también precisos dos modelos, cada uno de los cuales deja sus propios elementos residuales: M1 obtiene como residual, *S(A)* y es punto de partida para estimar los efectos intersujetos; M2 obtiene como residual *B*S(A)* y es así el punto de de partida para estimar los efectos intrasujeto. Además, la covariante ajusta las dos porciones del diseño, y por tanto es preciso extraerla en dos ocasiones: M3, para el ajuste de la porción intersujetos y M5, para el ajuste de la porción intrasujeto.

En consecuencia, para analizar los datos de un diseño de medidas parcialmente repetidas con un modelo mixto (univariante), la introducción de datos contempla un registro por cada una de las medidas observadas, y el proceso general de estimación supone un barrido (*sweep*) de dos modelos, en cada uno de los cuales se deja como residual alguno de los dos componentes de error (inter o intrasujeto), a partir de los cuales se estiman todos los componentes por eliminación:

- en el caso de una covariante constante, sólo se ajusta la porción intersujetos; de hecho, si se intentara ajustar la porción intrasujeto (por ejemplo, aplicando el proceso *SWEEP* que hemos desarrollado para la covariante variable), el ajuste producido sería nulo o inexistente. Por esta razón, el proceso puede simplificarse con la formulación de un modelo único.
- en el caso de una covariante variable, por el contrario, se ajusta tanto la porción inter como la intrasujeto. En consecuencia, deben formularse dos modelos diferentes que permitan estimar las porciones de forma independiente. Este procedimiento es también aplicable al caso de la covariante constante.

El enfoque multivariante

A pesar de ser altamente recomendable cuando cumple los restrictivos supuestos en que se fundamenta (O'Brien y Kaiser, 1985), la utilización del modelo mixto presenta graves inconvenientes a nivel computacional en presencia de grandes tamaños muestrales debido a la necesidad de codificar el factor de sujetos. En los ejemplos anteriores, con 3 sujetos por cada nivel del factor A, un total de 29 vectores son necesarios para analizar los datos con el enfoque univariante, que son función de los grados de libertad de factor codificado, a saber,

- dos vectores para A, ya que A=a-1=2;
- dos vectores para B, ya que B=b-1=2;
- cuatro vectores para A*B, ya que AB=(a-1)(b-1)=4;
- seis vectores para S(A), ya que S(A)=a(n-1)=6;
- doce vectores para B*S(A), ya que B*S(A)=a(n-1)(b-1)=12;
- tres vectores para la constante, la covariante y la variable dependiente.

Si se aumenta el número de sujetos para cada nivel de A de 3 a 10, el número de vectores involucrado en la codificación pasa a 92, lo que prácticamente agota las posibilidades de muchos programas de análisis estadístico, incapaces de invertir matrices superiores a 89*89.

El enfoque multivariante opera, para el mismo diseño anterior, con una matriz de 9 vectores (concretamente, un vector para la constante, dos para A, tres para las diferentes medidas de la covariante y tres que se asignan a las sucesivas medidas que constituyen el factor B), y un aumento en el número de sujetos no afecta en absoluto al número de vectores utilizado.

Básicamente, en el enfoque multivariante se crean nuevas variables dependientes, mediante combinaciones lineales de las medidas del factor intrasujeto y de la covariante (Finn, 1974; Bock, 1985; Riba, 1990), utilizando para ello una matriz de transformación ortonormal compuesta por dos bloques de contrastes ortogonales en la diagonal principal y dos bloques de ceros en la diagonal secundaria. De los varios esquemas de ortonormalización posibles, el más conveniente a todos los propósitos es la codificación polinómica, que descompone los niveles del factor de medidas repetidas en tantos contrastes como niveles tenga el factor, el primero de los cuales es una constante normalizada, el segundo un contraste lineal normalizado, el tercero un contraste cuadrático normalizado, etc.

Para los datos de nuestros investigadores, independientemente de que la covariante sea constante o variable, la matriz de transformación T presenta la forma siguiente:

$$T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{(3)} & 1/\sqrt{(2)} & -1/\sqrt{(4)} & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{(3)} & 0 & 2/\sqrt{(4)} & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{(3)} & -1/\sqrt{(2)} & -1/\sqrt{(4)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{(3)} & 1/\sqrt{(2)} & -1/\sqrt{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{(3)} & 0 & 2/\sqrt{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{(3)} & -1/\sqrt{(2)} & -1/\sqrt{(4)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.58 & 0.71 & -0.41 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.58 & 0.00 & 0.82 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.58 & -0.71 & -0.41 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.58 & 0.71 & -0.41 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.58 & 0.00 & 0.82 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.58 & -0.71 & -0.41 \end{bmatrix} \quad (7)$$

y el producto de tal matriz por las medidas originales de covariante y variable dependiente produce, en el caso de covariante constante,

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 8 & 14 & 17 \\ 5 & 5 & 5 & 11 & 18 & 19 \\ 11 & 11 & 11 & 16 & 22 & 28 \\ 2 & 2 & 2 & 6 & 8 & 9 \\ 8 & 8 & 8 & 12 & 14 & 16 \\ 10 & 10 & 10 & 9 & 10 & 19 \\ 7 & 7 & 7 & 10 & 10 & 13 \\ 8 & 8 & 8 & 14 & 18 & 22 \\ 9 & 9 & 9 & 15 & 22 & 27 \end{bmatrix} * T = \begin{bmatrix} 5.20 & 0.00 & 0.00 & 22.52 & -6.36 & 1.22 \\ 8.66 & 0.00 & -0.00 & 27.71 & -5.66 & 2.45 \\ 19.05 & 0.00 & -0.00 & 38.11 & \cdot 8.49 & -0.00 \\ 3.46 & 0.00 & -0.00 & 13.28 & -2.12 & 0.41 \\ 13.86 & 0.00 & -0.00 & 24.25 & -2.83 & -0.00 \\ 17.32 & 0.00 & -0.00 & 21.94 & -7.07 & -3.27 \\ 12.12 & 0.00 & -0.00 & 19.05 & -2.12 & -1.22 \\ 13.86 & 0.00 & -0.00 & 31.18 & -5.66 & -0.00 \\ 15.59 & 0.00 & -0.00 & 36.95 & -8.49 & 0.82 \end{bmatrix} \quad (8)$$

y en el caso de la covariante variable

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 8 & 14 & 17 \\ 5 & 9 & 10 & 11 & 18 & 19 \\ 11 & 14 & 12 & 16 & 22 & 28 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 9 & 12 & 14 & 16 \\ 10 & 9 & 11 & 9 & 10 & 19 \\ 7 & 4 & 6 & 10 & 10 & 13 \\ 8 & 10 & 10 & 14 & 18 & 22 \\ 9 & 12 & 12 & 15 & 22 & 27 \end{bmatrix} * T = \begin{bmatrix} 6.93 & -1.41 & -0.00 & 22.52 & -6.36 & 1.22 \\ 13.86 & -3.54 & 1.22 & 27.71 & -5.66 & 2.45 \\ 21.36 & -0.71 & 2.04 & 38.11 & -8.49 & -0.00 \\ 4.04 & -1.41 & -1.63 & 13.28 & -2.12 & 0.41 \\ 15.01 & -0.71 & 0.41 & 24.25 & -2.83 & -0.00 \\ 17.32 & -0.71 & -1.22 & 21.94 & -7.07 & -3.27 \\ 9.81 & 0.71 & -2.04 & 19.05 & -2.12 & -1.22 \\ 16.17 & -1.41 & 0.82 & 31.18 & -5.66 & -0.00 \\ 19.05 & -2.12 & 1.22 & 36.95 & -8.49 & 0.82 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Las matrices (8), para el caso de la covariante constante, y (9), para el caso de la covariante variable, representan ahora nuevas medidas sobre las que se aplica el correspondiente análisis, que es esencialmente similar en los dos casos posibles.

Limitándonos en lo que sigue a la matriz transformada (8), que corresponde a una covariante constante, el primero de los vectores (t1) representa, elemento a elemento, una suma normalizada (o sea, la suma de los valores de la covariante para cada sujeto dividida por la raíz cuadrada del total de elementos sumados), los dos siguientes (t2 y t3) son vectores de ceros porque cualquier contraste lineal con elementos iguales es cero, el cuarto (t4) es una suma normalizada (similar a t1) con los valores de la medida repetida para cada sujeto, que se toma como variable dependiente para un análisis de varianza de la porción intersujetos, y los dos restantes (t5 y t6) representan respectivamente un componente lineal y un componente cuadrático de la medida repetida, que se toman como variables dependientes para un análisis de varianza de la porción intrasujeto. La aplicación del algoritmo *SWEEP* sobre una matriz de momentos (M) construida a partir de la matriz (8), a la que han incorporado previamente la constante y los vectores que codifican la pertenencia a los niveles de A, permite formular un modelo a partir del cual se obtienen por *sweep* inverso los elementos de la porción intersujetos del análisis de covarianza, tomando como referencia el elemento representativo del vector t4 en la matriz correspondiente,

Operación SWEEP	Residuo	RPE	Fuente Estimada
M1 = SWP(M,K|X|A|T1)	132.92		S(A)
M2 = SWPI(M1,K)	359.78	M2-M1 = 226.85	X (Intersujetos)
M3 = SWPI(M1,A)	295.64	M3-M1 = 162.71	A
M4 = SWPI(M1,T1)	365.56	M4-M1 = 232.64	Constante

Igualmente se procede para obtener la porción intrasujeto donde, debido a la naturaleza de la introducción de los datos, la eliminación de la constante se utiliza para estimar el factor B, y la eliminación de A se usa para estimar la interacción A*B. Además, la referencia se concentra ahora en la submatriz de la matriz de momentos que forman los vectores t5 y t6, de la que interesa la traza o suma de los elementos diagonales. Entonces,

Operación SWEEP	Residuo	RPE	Fuente Estimada
M5=SWP(M,K|A|T2|T3)	39.00+13.22=52.22		B*S(A)
M6=SWPI(M5,K)	303.5+13.24=316.74	M6-M5=264.52	B
M7=SWPI(M5,A)	51.00+20.48=71.48	M7-M5=19.26	A*B
M8=SWPI(M5,T2|T3)	39.00+13.22=52.22	M8-M5=0.00	X (Intrasujetos)

donde el resultado nulo encontrado indica que el ajuste de los componentes lineal y cuadrático de las medidas de la covariante transformada no es preciso para la porción intrasujeto, como también sucedía con el enfoque univariante. Sin embargo, a diferencia de la situación presentada allí, puede ser posible el ajuste de la porción intrasujeto. En efecto, si se tomara como vector de ajuste el elemento t1 (en lugar de los elementos ortogonales t2 y t3), se obtendrían los resultados siguientes con los elementos de los vectores t5 y t6 de la matriz correspondiente,

Operación SWEEP	Residuo	RPE	Fuente Estimada
M9=SWP(M,K|A|T1)	22.17+13.22=52.22		Residual
M10=SWPI(M9,K)	27.29+12.79=40.08	M10-M9=9.28	B
M11=SWPI(M9,A)	36.47+15.22=51.69	M11-M9=20.88	A*B
M12=SWPI(M9,T1)	39.00+13.22=52.22	M12-M9=21.42	X*B

donde, como en la situación anterior, la eliminación de los vectores que se refieren a la constante y al factor *A* se utilizan para estimar *B* y *A*B* respectivamente y la eliminación del vector t1, la suma ponderada de los elementos de la covariante (constante), estima la interacción entre la medida repetida *B* y la covariante *X*, un componente cuya significación hace difícil la interpretación del efecto principal de *B* (Algina, 1982, p. 120), pero que incomprensiblemente no reportan las salidas del SPSS-PC y BMDPC.

Estos resultados reproducen exactamente los de la Tabla 2 obtenidos con el paquete SYSTAT y sirven de apoyo al argumento de que no existe nada erróneo en la programación del procedimiento, pero su correcta interpretación no debería aventurarse hasta conocer en profundidad la naturaleza y el *modus operandi* de todo el proceso de cálculo que ha tenido lugar.

En el caso del paquete SYSTAT (y también en la misma medida en el paquete SAS-PC, en su módulo GLM) la matriz de transformación utilizada concierne únicamente a la variable de medidas repetidas, pero no a la covariante, restringiendo a un único vector la presencia de una covariante (constante o variable). Como consecuencia de ello, no es posible la estimación de modelos que incluyan una covariante variable con el enfoque multivariante, una restricción que sería muy sencillo superar con ligeras modificaciones en el código fuente de los respectivos programas.

Además, mientras que las variables transformadas que se utilizan en el proceso de estimación de los elementos de la porción intrasujeto se encuentran en unidades de desviación, los usuarios de los paquetes SYSTAT y SAS-PC suelen introducir la covariante en unidades directas, lo que de hecho es una importante omisión de los manuales de ambos programas y de otras fuentes competentes (por ejemplo, Tabachnick y Fidell, 1989) y la causa esencial de la discrepancia encontrada, advertida no obstante en la literatura (por ejemplo, Delaney y Maxwell, 1981, p. 121). Una simple solución de la discrepancia se obtendría *si se empleara la covariante en unidades de desviación respecto de la media*, ya que la variable transformada utilizada en el ajuste de la porción intrasujeto (t1) se mide en unidades directas. En consecuencia, al utilizar unidades diferenciales, la variable transformada t1 reflejará tal unidad de medida. Así, el flujo siguiente con el paquete SYSTAT,

```
> DATA
> SAVE EXPER21
> INPUT A X B1 B2 B3
> 1  -4   8  14  17
> 1  -2  11  18  19
> 1   4  16  22  28
> 2  -5   6   8   9
> 2   1  12  14  16
> 2   3   9  10  19
> 3   0  10  10  13
> 3   1  14  18  22
> 3   2  15  22  27
> RUN
> MGLH
> CATEGORY A
> MODEL B1 B2 B3=CONSTANT+A+X/REPEAT, NAME='B'
> ESTIMATE
```

produce como resultado la Tabla 6

TABLA 6. ANCOVA (COVARIANTE CONSTANTE EN PUNTUACIONES DIFERENCIALES)

Fuentes de Variación	S.C.	ν	M.C.	F	p
Intersujeto					
X	226.85	1	226.85	8.75	.032
A	162.71	2	81.36	3.06	.136
Error (Intersujetos)	132.92	5	26.58		
Intrasujeto					
B	264.52	2	132.26	42.94	.000
A*B	20.88	4	5.22	1.70	.227
B*X	21.42	2	10.71	3.48	.071
Error (Intrasujetos)	30.80	10	3.08		

donde la significación del factor *B* es, como parece evidente, indiscutible. Es esencial comprobar previamente la no significación de la interacción *B*X*, puesto que en caso contrario el efecto principal de *B* sería prácticamente ininterpretable. Además, una vez comprobada la no significación de la interacción *B*X*, el investigador puede abordar manualmente su fusión con el componente de error intrasujeto, con el consiguiente aumento de la potencia de la prueba del factor *B*. En tal caso, la porción intrasujeto de la Tabla 6 quedaría como sigue (véase Tabla 7).

TABLA 7. PORCIÓN INTRASUJETOS DE LA TABLA 6

Fuente de Variación	S.C.	υ	M.C.	F	p
B	264.52	2	132.26	30.39	.000
A*B	20.88	4	5.22	1.20	.272
Residual	52.22	12	4.35		

Compárense estos resultados con los de la porción intrasujeto de la Tabla 2 (que arroja resultados incorrectos) y el flujo que le acompaña, para valorar el importante efecto diferencial que produce la introducción de la covariante en unidades directas (Tabla 2) o diferenciales (Tabla 6). Compárese también con la Tabla 1a, que presenta la salida obtenida con el programa MANOVA del SPSS-PC, para advertir la subsistencia de una pequeña diferencia en la suma de cuadrados atribuida a la interacción *A*B*, una diferencia explicable por la utilización del ajuste de la porción intrasujeto emprendido por los paquetes SAS-PC y SYSTAT.

En conclusión, a tenor de lo anteriormente expuesto, resulta altamente conveniente que los investigadores que utilicen una covariante constante con diseños de medidas total o parcialmente repetidas y un enfoque multivariante con los paquetes SYSTAT y SAS, utilicen puntuaciones diferenciales para representar la covariante en el flujo de datos. En caso de no hacerlo así, los resultados pueden ser erróneamente interpretados. Por su parte, los usuarios de SPSS y BMDP deben comprobar en el mismo caso, además de los supuestos típicos del enfoque multivariante, la inexistencia en sus datos de una interacción entre la variable de medida repetida y la covariante que tales programas no someten usualmente a comprobación. En consecuencia, una estrategia interesante consistiría en utilizar conjuntamente las salidas de dos de los paquetes citados: SYSTAT/SAS por un lado y BMDP/SPSS por el otro, para abordar una interpretación más insesgada y más comprehensiva de los resultados de investigación.

REFERENCIAS

Algina, J. (1982). Remarks on the analysis of covariance in repeated measures designs. *Multivariate Behavioral Research, 17*, 117-130.

Arnau, J. (1986). *Diseños Experimentales en Psicología y Educación, Vol. II*. México: Trillas.

Ato, M. (1991). *Investigación en Ciencias del Comportamiento. I: Fundamentos*. Barcelona: PPU/DM.

Beaton, A. (1964). *The use of special matrix operators in statistical calculus. Princenton*, NH: Educational Testing Service.

Bock, R.D. (1985). *Multivariate Statistical Methods in Behavioral Research*. Reprinted. New York, NY: Scientific Software.

Boik, R.J. (1988). The mixed model for multivariate repeated measures: validity conditions and an approximate test. *Psychometrika, 53*, 469-483.

Box, G.E.P. (1954). Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems. II: Effects of inequality of variance and of correlation between errors in the two-way classification. *Annals of Mathematical Statistics, 25*, 484-498.

Ceurvost, R.W. & Stock, W.A. (1978). Comments on the analysis of covariance with repeated measures designs. *Multivariate Behavioral Research, 13*, 509-513.

Cochran, W.G. (1957). Analysis of covariance: its nature and uses. *Biometrics, 13*, 261-281.

Davidson, M.L. (1972). Univariate versus multivariate tests in repeated measures experiments. *Psychological Bulletin, 77*, 446-452.

Delaney, H.D. & Maxwell, S.E. (1981). On using analysis of covariance in repeated measures designs. *Multivariate Behavioral Research, 16*, 105-124.

Elashoff, J.D. (1969). Analysis of covariance: a delicate instrument. *American Educational Research Journal, 6*, 383-401.

Finn, J.D. (1974). *A General Model for Multivariate Analysis*. New York, NY: Holt, Rinehart and Winston.

Geisser, S. & Greenhouse, S.W. (1958). An extension of Box's results on the use of the F distribution in multivariate analysis. *Annals of Mathematical Statistics, 29*, 885-891.

Goodnight, J.H. (1976). Computational methods in general linear models. *Proceedings of the American Statistical Association, Statistical Computing Section*, 68-72.

Greenhouse, S.W. & Geisser, S. (1959). On methods in the analysis of profile data. *Psychometrika, 24*, 95-112.

Harris, R.J. (1985). *A Primer of Multivariate Statistics*. 2nd. edition. New York, NY: Academic Press.

Hays, W. (1988). *Statistics*, 4th. Edition. New York, NH: Holt, Rinehart and Winston.

Heiberger, R.M. (1989). *Computation for the Analysis of Designed Experiments*. New York, NG: John Wiley and Sons.

Huitema, B.E. (1980). *The Analysis of Covariance and Alternatives*. New York, NY: John Wiley and Sons.

Huynh, H. & Feld, L.S. (1970). Conditions under which mean square ratios in repeated measurements designs have exact F-distributions. *Journal of the American Satatistical Association, 65*, 1582-1589.

Huynh, H. & Feld, L.S. (1976). Estimation of the Box correction for degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. *Journal of Educational Statistics, 1*, 69-82.

Judd, C.M. & McClelland, G.H. (1989). *Data Analysis: A Model-comparison Approach*. San Diego, CA: Hartcourt, Brace and Jovanovich.

Keppel, G. (1983). *Design and Analysis: A Researcher's Handbook*. 2nd. Edition. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc.

Keselman, H.J., Rogan, J.C., Mendoza, J.L. & Breen, L.J. (1980). Testing the validity conditions of repeated measures F tests. *Psychological Bulletin, 87*, 479-481.

Kirk, R.E. (1982). *Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences*. 2nd Edition. Monterey, CA: Brooks/Cole.

Latour, S.A. & Maniard, P.W. (1983). The misuse of repeated measures analysis in marketing research. *Journal of Marketing Research, XX*, 45-47.

López, J. (1992). *SWEEP: un algoritmo para la docencia e investigación con modelos lineales*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Murcia.

Maxwell, S.E. & Delanay, H.D. (1990). *Designing Experiments and Analyzing Data: A Model Comparison Approach*. Belmont, CA: Wadsworth.

McCall & Appelbaum, M.I. (1973). Bias in the analysis of repeated-measures designs: some alternative approaches. *Child Development, 44*, 401-415.

Mendoza, J.L., Toothaker, L.E. & Nicewinder, W.A. (1974). A Monte Carlo comparison of the univariate and multivariate methods for the group by trials repeated measures design. *Multivariate Behavioral Research, 9*, 165-177.

Myers, J.L. (1979). *Fundamentals of Experimental Design*. 3rd. Edition. Boston, MA: Allyn and Bacon. (1st. Edition, 1966; 2nd. Edition, 1972.)

Neter, J., Wasserman, W. & Kunter, M.H. (1985). *Applied Linear Statistical Models: Regression, Analysis of Variance and Experimental Designs*. 2nd. Edition. Homewood, Il: Richard D. Irwin, Inc. (1st. Edition: 1974.)

O'Brien, R.G. & Kaiser, M.K. (1985). MANOVA method for analyzig repeated measures designs: an extensive primer. *Psychological Bulletin, 97*, 316-333.

Poor, D.D. (1973). Analysis of variance for repeated measures designs: two approaches. *Psychological Bulletin, 80*, 204-209.

Riba, M.D. (1990). *Modelo Lineal de Análisis de la Variancia*. Barcelona: Herder.

Rogan, J.C., Keselman, H.J. & Mendoza, J.L. (1979). Analysis of repeated measurements, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 32,* 269-286.

Tabachnik, B.G. & Fidell, L.S. (1989). *Using Multivariate Statistics*. 2nd. Edition. New York, NY: Harper and Row. (1st. Edition; 1983.)

Vallejo, G. (1991). *Análisis Univariado y Multivariado de los Diseños de Medidas Repetidas de una sola muestra y de muestras divididas*. Barcelona: PPU.

Wilkinson, L. (1990). *SYSTAT: The System for Statistics* (version 5). Evanston, IL: Systat Corporation.

Winer, B.J. (1971). *Statistical Principles in Experimental Design*. 2nd. Edition. New York, NY: McGraw Hill. (1st. Edition: 1962.)

Winer, B.J., Brown, D.R. & Michels, K.M. (1991). *Statistical Principles in Experimental Design*. 3rd. Edition. New York, NY: McGraw Hill.