ANUARIO DE PSICOLOGÍA
Núm. 42 - 1989 (3)

DISEÑOS EXPERIMENTALES EN CIENCIAS DE LA CONDUCTA: UN MÉTODO DE ANÁLISIS DE VARIANZA DE LIBRE DISTRIBUCIÓN (NO PARAMÉTRICO)

CRISTÓBAL JIMÉNEZ JIMÉNEZ
JOAQUÍN PÉREZ ROSA
Departamento de Psicología
Colegio Universitaro de Jaén
Universidad de Granada

Cristóbal Jiménez
Joaquín Pérez Rosa
Departamento de Psicología
Colegio Universitario de Jaen
Universidad de Granada
Granada

Introducción

Las pruebas no paramétricas han sido definidas por Siegel (1970, p. 52) como «aquéllas cuyo modelo no especifica las condiciones de los parámetros de la población de la que se obtuvo la muestra». «Hay algunas condiciones —continúa Siegel— que se asocian con la mayoría de las pruebas no paramétricas: observaciones independientes y variable de continuidad básica; pero dichas suposiciones son pocas y mucho más débiles que las asociadas con las pruebas paramétricas. Además, la prueba no paramétrica no requiere mediciones tan fuertes; la mayoría de las pruebas no paramétricas se aplican a datos de una escala ordinal, algunas a las de escala nominal (y es raro su uso con escalas de intervalo).»

De este clarificador resumen definitorio de Siegel se desprende que las pruebas no paramétricas son mucho menos exigentes que las paramétricas, y se consideran de «distribución libre» en cuanto que no plantean suposiciones con relación a la distribución de las puntuaciones en la población, mientras que las «paramétricas» asumen puntuaciones distribuidas normalmente.

Sin pretender profundizar en el debate en torno a las «ventajas» e «inconvenientes» tradicionalmente asociados a cada tipo de prueba, hay que admitir que no existe un acuerdo generalizado entre los distintos investigadores a la hora de determinar la aplicabilidad de una prueba paramétrica o no paramétrica. Gaito (1959), por ejemplo, afirma que la consideración más importante que se debe tener en cuenta al utilizar pruebas paramétricas o no paramétricas no es el tipo de escala, sino que los datos se distribuyan o no conforme a los supuestos matemáticos de normalidad, homocedasticidad, independencia, etc. Por otra parte, Anderson (1961) argumenta que la invarianza obtenida por las transformaciones permitidas de una escala tiene poca importancia si se compara con otros tipos de invarianza. Más recientemente, Stevens (1968) trata de demostrar que las técnicas paramétricas estarían limitadas a las escalas de intervalo y de proporción debido a la transformación no lineal, hecho que es permitido en las escalas ordinales y nominales. Los manuales de Estadística, por lo general, aconsejan —siempre que ello sea posible— emplear una prueba paramétrica, argumentando que los métodos de distribución libre tienen muy baja potencia para detectar diferencias significativas.

En este sentido, creemos que el investigador en Ciencias Sociales y de la Conducta debería ser algo más crítico respecto a la utilidad generalizada de tal consejo, si no quiere caer en lamentables aberraciones acerca del fuerte valor probatorio de sus datos, en base a la supuesta «potencia» de la prueba utilizada. Como ya señalara Smith (1979), «los estadísticos basados sobre la distribución normal han dado magníficos resultados en las ciencias físicas y biológicas. El científico social ha tenido excesiva propensión a buscar la aprobación y la gratitud del estadígrafo, consintiendo en recurrir al supuesto de la normalidad aun cuando el conocimiento del tema indicaba que este supuesto no era cierto» (p. 490). Más adelante, Smith añade que «las investigaciones usadas en el campo de la biología demostraron que gran parte de sus datos se ajustan a la teoría de la normalidad. Todavía no sabemos si sucede lo mismo con los datos de las ciencias sociales. Si es así, somos afortunados; si no, por lo menos debemos saberlo y actuar de acuerdo con nuestro conocimiento».

¿Qué hacer cuando el experimentador conoce de antemano o sospecha con fundamento que los datos de su experimento no proceden de una población normalmente distribuida y no tienen varianza igual? Recurrir a la estadística no paramétrica es inevitable, ya que sus suposiciones acerca de cómo los parámetros se hallan en la población son escasamente restrictivas. Pero debido a que, por una parte, este tipo de prueba estadística no parece gozar de excesivo predicamento entre los investigadores, incluidos los de las ciencias de la conducta, y por otra a que «apenas existen pruebas no paramétricas para el estudio de los efectos de interacción» (Escotet 1980, p. 355), la mayoría de las veces —sobre todo cuando se trata de diseños experimentales complejos de 2 o más factores—, se emplean pruebas paramétricas efectuando ciertas correcciones, al objeto de mitigar los errores derivados de la violación de los supuestos requeridos —normalidad y homogeneidad—, o simplemente se violan sin más tales supuestos.

En nuestra opinión, tal «inferioridad» atribuida al modelo no paramétrico pudiera ser más «convencional» que real. Si bien, según Arnau (1981), «el uso de las pruebas de libre distribución ha estado relegado (¿vedado?), en la mayoría de las investigaciones de ciencias de la conducta» (p. 24), hoy día parece que las pruebas no paramétricas están superando el reto de su «homologación de status» con las demás pruebas, y comienzan a gozar de una rápida y creciente difusión entre los investigadores (Escotet, 1980). Hasta hace poco, no se contaba con una sistematización coherente y fundamentada de las diferentes pruebas estadísticas no paramétricas, dado que se hallaban dispersas en diversos trabajos (por ejemplo, Mood, 1950; Rao, 1952; Tate y Clelland, 1957), o en artículos de revistas (Moses, 1952; Cochran, 1954; Kruskal y Wallis, 1952; Wilson, 1956; Gaito, 1959; Anderson, 1969). Desde hace algo más de una década, ya podemos contar con algunas sistematizaciones de gran utilidad para el investigador interesado (por ejemplo, Siegel, 1970; Pierce, 1970; Singer, 1979; Leon, 1980). Sin embargo, en los manuales más asequibles a los lectores de habla hispana, por lo general, no se va más allá de presentar las pruebas no paramétricas más elementales (Amon, 1982; Calvo, 1978; Escotet, 1980; Arnau, 1981; Downie y Heath, 1979).

Un hecho que viene llamando poderosamente nuestra atención, en el área de la metodología estadística aplicada a las Ciencias de la Conducta, es la casi nula referencia —en al menos una veintena de manuales revisados— a la posibilidad de utilizar métodos no paramétricos en diseños experimentales complejos de dos o más factores o variables independientes. Sin embargo, hace ya tiempo Rao (1952) mostró que, de la misma manera que se descompone una Suma de Cuadrados en el cómputo del Análisis de Varianza, también puede descomponerse una χ^2 entre sus componentes. Modificando convenientemente esta técnica, Wilson (1954, 1956) logró construir una prueba de libre distribución (no paramétrica) de la hipótesis relativa a los efectos principales y de interacción, tal como se suele hacer en el ANOVA paramétrico de dos o más factores. Dado que las medidas obtenidas de gran cantidad de fenómenos psicológicos y sociales no se ha demostrado que cumplan las suposiciones paramétricas, es muy conveniente poder disponer de métodos de Análisis de Varianza alternativos de libre distribución, para ser utilizados en Diseños experimentales de dos o más factores, y exentos de ciertas restricciones.

El objeto del presente trabajo es presentar un modelo de ANOVA no paramétrico para una, dos o más vías, con o sin replicaciones, y con «n» iguales o desiguales para cada casilla, propuesto por Wilson (1954, 1956), recientemente adaptado para su utilización estandarizada en ordenador (Nawrpu, 1981), y aplicado eficazmente dentro del marco de una amplia investigación en psicología educativa (Jiménez, 1983).

EL MÉTODO DE WILSON

1. Origen y fundamentación matemático-estadística

Este método de ANOVA no paramétrico fue formalizado por Kellog Wilson, que lo aplicó y dio a conocer por primera vez en su Tesis Doctoral (1954). Más tarde, en un artículo aparecido en 1956, Wilson expuso las bases teóricas del método, su descripción matemática, su forma y ámbito de aplicación, así como la relación con otras pruebas análogas. En este orden de cosas, el método de Wilson arrancó del trabajo de Rao (1952, pp. 112-205), reconociendo que otros autores (Cochran, 1954; Rao, 1952; Mood, 1950) habían abordado ya el tema relativo a la conveniencia y necesidad de adaptar y habilitar una prueba de libre distribución que pudiera ser usada con los mismos tipos de diseños factoriales que las pruebas paramétricas, pero evitándose algunos de los incómodos supuestos de estas últimas. El más claro antecedente de su método lo encuentra en Mood (1950), quien elaboró un test de χ^2 bastante similar. La mayor diferencia estribaba en la forma de hallar las interacciones que, en el caso de Mood, se calculan mediante una serie de transformaciones iterativas de las puntuaciones hasta que las medianas de las puntuaciones transformadas se convierten en «cero» para las filas y las columnas. En opinión de Wilson, esta técnica es francamente tediosa, y el mismo Mood reconoce que «la técnica está muy próxima, pero no es ciertamente una distribución libre» (p. 405).

2. Descripción del método de Wilson

Para una más clara exposición de este punto, partiremos del caso más general y simple del Diseño A $\times$ B, para después extender los supuestos y fórmulas a otros tipos de diseños factoriales.

Como es sabido, el estadístico χ^2 es calculado en función de los valores de la mediana, la cual divide el número de observaciones (N) en dos grupos lo más iguales posible, uno de los cuales (n_a), representa el número de observaciones por encima o igual que la mediana; y el otro (n_b), el número de observaciones por debajo de la mediana. A partir de aquí se construye una Tabla de contingencia tipo: (2) × (f) × (c), donde (f) equivale al número de condiciones de las filas en el Diseño factorial, y (c) al número de condiciones de las columnas. La tercera dimensión (2), corresponde a la división de las puntuaciones en dos partes por la mediana. Así pues, la frecuencia (af_{ij}) representará el número de observaciones por encima o igual que la mediana para la casilla de la fila «i» y la columna «j»; y la frecuencia (bf_{ij}) representará a la observación por debajo de la mediana correspondiente a la misma casilla. Obviamente se entiende que $(n_a) = \sum_i \sum_j af_{ij}$ y que, por lo mismo, $(n_b) = \sum_i \sum_j bf_{ij}$, siendo $(n_{ij}) = (af_{ij}) + (bf_{ij})$.

Se establece el principio de que las frecuencias esperadas son obtenidas a partir de la hipótesis nula (H_o), según la cual los efectos principales y los de interacción no producen cambios en la distribución de las puntuaciones. De acuerdo con esta H_o, es de esperar que la proporción n_b/N de las puntuaciones n_{ij} de cada casilla estén por debajo de la mediana, y que las proporciones n_a/N estén por encima de ella.

Con estos prolegómenos tan simples, se puede hacer uso de las diversas fórmulas y ecuaciones propuestas por Wilson para el cálculo de la χ^2 correspondiente a cada caso particular.

2.1. *χ^2 para Efectos Principales*

Se comienza calculando el valor de la χ^2 total, de acuerdo con los siguientes casos y fórmulas:

a) Si todas las n_{ij} son iguales y si $n_a = n_b = N/2$,

$$\chi^2_T = (4fc/N) \sum_i \sum_j \left(bf_{ij} - \frac{N}{2fc}\right)^2 \qquad (1.a.)$$

b) Si $n_a \neq n_b$, pero todos los n_{ij} son iguales,

$$\chi^2_T = \sum_i \sum_j \left[\frac{\left(af_{ij} - \frac{n_a}{fc}\right)^2}{n_a/fc} + \frac{\left(bf_{ij} - \frac{n_b}{fc}\right)^2}{n_b/fc} \right] \qquad (1.b.)$$

c) Si no existen restricciones sobre n_a, n_b o n_{ij}, se emplea la fórmula general:

$$\chi^2_T = \sum_i \sum_j \left[\frac{\left(af_{ij} - n_{ij}\frac{n_a}{N}\right)^2}{n_{ij}\, n_a/N} + \frac{\left(bf_{ij} - n_{ij}\frac{n_b}{N}\right)^2}{n_{ij}\, n_b/N} \right] \qquad (1.c.)$$

En todos los casos, los grados de libertad (g.l.) para la χ^2_T son $= (fc - 1)$. En cuanto a los valores de χ^2 de los efectos de las filas (χ^2_F) y de las columnas

(χ^2_C), se calculan a partir de los totales marginales de la Tabla de contingencia (2) × (f) × (c), de acuerdo con los siguientes casos y fórmulas:

A) *Efectos de las filas (F).*

a) Si $n_a = n_b = N/2$, y todos los n_{ij} son iguales,

$$\chi^2_F = (4f/N) \sum_i \left(bf_{i.} - N/2f \right)^2, \text{ donde } bf_{i.} = \sum_j bf_{ij} \tag{2.a.}$$

b) Si $n_a = n_b$, pero todos los n_{ij} son iguales,

$$\chi^2_F = \sum_i \left[\frac{\left(af_{i.} - \frac{n_a}{f}\right)^2}{n_a/f} + \frac{\left(bf_{i.} - \frac{n_b}{f}\right)^2}{n_b/f} \right], \text{ donde } af_{i.} = \sum_j af_{ij} \tag{2.b.}$$

c) Si no existen restricciones sobre n_a, n_b o n_{ij}, la fórmula general es:

$$\chi^2_F = \sum_i \left[\frac{\left(af_{i.} - n_{i.} \frac{n_a}{N} \right)^2}{n_{i.}\, n_a/N} + \frac{\left(bf_{i.} - n_{i.} \frac{n_b}{N} \right)^2}{n_{i.}\, n_a/N} \right], \text{donde } n_{i.} = \sum_j n_{ij} \tag{2.c.}$$

Los g.l. para χ^2_F, en cualquier caso, son = (f — 1)

B) *Efectos de las columnas (C)*

a) Si $n_a = n_b = N/2$, y todos los n_{ij} son iguales,

$$\chi^2_C = (4c/N) \sum_j \left(bf_{.j} - \frac{N}{2c} \right)^2, \text{ donde } bf_{.j} = \sum_i bf_{ij} \tag{3.a.}$$

b) Si $n_a \neq n_b$, pero todos los n_{ij} son iguales,

$$\chi^2_C = \sum_j \left[\frac{\left(af_{.j} - \frac{n_a}{c}\right)^2}{n_a/c} + \frac{\left(bf_{.j} - \frac{n_b}{c}\right)^2}{n_b/c} \right], \text{donde } af_{.j} = \sum_i af_{ij} \tag{3.b.}$$

c) Si no hay restricciones sobre n_a, n_b o n_{ij}, se emplea la fórmula general:

$$\chi^2_C = \sum_j \left[\frac{\left(af_{.j} - n_{.j} \frac{n_a}{N}\right)^2}{n_{.j}\, n_a/N} + \frac{\left(bf_{.j} - n_{.j} \frac{n_b}{N}\right)^2}{n_{.j}\, n_b/N} \right], \text{donde } n_{.j} = \sum_i n_{ij} \tag{3.c.}$$

Los g.l. para χ^2_C, en cualquier caso, son = (c — 1).

2.2. χ^2 *para los Efectos de Interacción*

Los valores de χ^2 para el efecto de interacción (χ^2_I) en un diseño factorial A $\times$ B se calcula fácilmente mediante sustracción, de acuerdo con la fórmula:

$$\chi^2_I = \chi^2_T - \chi^2_F - \chi^2_C \tag{4}$$

Los grados de libertad para χ^2_I son = (f — 1) (c — 1).

3. Extensión del Método de Wilson a Diseños diferentes al de dos factores

Toda la formulación anterior, aplicada al diseño tipo A $\times$ B, puede hacerse extensiva a casos diferentes, haciendo las oportunas adaptaciones matemáticas.

3.1. *Diseño unifactorial.* Los análisis y técnicas descritos pueden emplearse fácilmente en diseños factoriales de un solo factor y «n» grupos. Basta construir la correspondiente tabla de contingencia 2 $\times$ f y calcular el valor de χ^2 de acuerdo con las fórmulas (2.a.), (2.b.) o (2.c.), según el caso. Obviamente, este tipo de análisis unifactorial también se puede abordar mediante otras pruebas no paramétricas como la de Kruskal-Wallis (para muestras independientes) o la de Friedman (para muestras relacionadas). Una prueba muy similar a la de Wilson para el caso de análisis de varianza unidireccional fue desarrollada también por Mood (1950, p. 398).

3.2. *Diseño multifactorial.* El Método de Wilson puede ser extendido para su uso con diseños de tres o más factores, con o sin replicaciones y con «n» iguales o desiguales. En el caso de un diseño tipo A $\times$ B $\times$ C, los pasos a dar son relativamente fáciles, ya que constituyen pequeñas modificaciones derivadas matemáticamente de las fórmulas ya expuestas. Así pues, una vez obtenida la mediana para el conjunto de la distribución de los datos del experimento, se construye una Tabla de Contingencia tipo 2 $\times$ f $\times$ c $\times$ b, donde (b) es el número de niveles del tercer factor (o número de bloques, en diseños con replicaciones). En esta Tabla, la frecuencia (af_{ijk}) representará el número de observaciones mayores o iguales a la mediana para la casilla de la fila «i», la columna «j» y el bloque «k»; por su parte, la frecuencia (bf_{ijk}) representará el número de observaciones por debajo de la mediana en la misma casilla. Los pasos a dar para el cálculo de los diferentes valores de χ^2 (Totales, Efectos principales, interacciones de primer y segundo orden), se exponen detalladamente a continuación.

3.2.1. χ^2 *total* (χ^2_T):

a) La fórmula más general para el cálculo del valor de χ^2_T para un diseño tipo A $\times$ B $\times$ B se expresa como sigue:

$$\chi^2_T = {}_{i\,j\,k} \quad \frac{\left(af_{ijk} - n_{ijk}\frac{n_a}{N}\right)^2}{n_{ijk}\, n_a/N} \quad \frac{\left(bf_{ijk} - n_{ijk}\frac{n_b}{N}\right)^2}{n_{ijk}\, n_b/N} \tag{5}$$

donde $n_{ijk} = af_{ijk} + bf_{ijk}$.

b) Si $n_a = n_b = N/2$, y si todos los n_{ijk} son iguales, se puede hacer uso de una expresión más simple:

$$\chi^2_T = (4) \times (f) \times (c) \times (b) {}_{ijk}\left(bf_{ijk} - \frac{N}{2fcb} \right)^2 \tag{6}$$

Los grados de libertad se computan, en cualquier caso, mediante (fcb—1).

3.2.2. *Efectos principales:*

Los valores de χ^2 para los efectos principales de Filas (F) y Columnas (C) se calculan del mismo modo que en el diseño de 2 factores —fórmulas 2.a., 2.b., 2.c., 3.a., 3.b. y 3.c., según los casos—. De manera análoga se procede al cálculo del χ^2 para el efecto del tercer factor (o bloque), mediante la ecuación general siguiente:

$$\chi^2_B = {}_K \quad \frac{\left(af_{..k} - n_{..k}\frac{n_a}{N}\right)^2}{n_{..k}\, n_a/N} \quad \frac{\left(bf_{..k} - n_{..k}\frac{n_b}{N}\right)^2}{N_{..k} n_b/N} \tag{7}$$

donde $af_{..k} = {}_{ij}\, af_{ijk}$, y $bf_{..k} = {}_{ij}\, bf_{ijk}$.

Para el caso en que $n_a = n_b = N/2$ y que todos los n_{ijk} son iguales, se puede simplificar el cálculo a la siguiente expresión:

$$\chi^2_B = 4k/N \; {}_k \left(bf_{..k} - \frac{N}{2K} \right)^2 \tag{8}$$

Los grados de libertad para los efectos principales ($\chi^2_F, \chi^2_C, \chi^2_B$) en cualquier caso se computan mediante (f — 1), (c — 1) y (b — 1), respectivamente.

3.2.3. *Efectos de interacción:*

En un Diseño A × B × C, se calcula en primer lugar el valor de χ^2 para la interacción conjunta (global) de todos los efectos, por simple sustracción de los diferentes efectos principales del efecto Total, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\chi^2_I = \chi^2_T - \chi^2_F - \chi^2_C - \chi^2_B, \tag{9}$$

siendo los grados de libertad = (fcb — 1).

Resulta de suma importancia observar aquí, que si el valor de este χ^2_I (interacción global) resultara menor que el del requerido para el χ^2 de las Tablas —de acuerdo con los grados de libertad y el nivel de significación prefijado—, entonces podemos asegurar que no encontraremos interacciones significativas ni de primer ni de segundo orden, por lo que podemos detener en este punto nuestro análisis estadístico. (Este χ^2_I global constituiría una especie de medida «conservadora» dentro del análisis). Pero si χ^2_I resultara mayor —o igual— que el requerido teóricamente, tendríamos que proseguir el análisis, calculando todas y cada una de las interacciones parciales de primer y de segundo orden.

En este último caso, el procedimiento a seguir sería el siguiente: a partir de la Tabla general de contingencia 2 × f × c × b, se construyen las correspondientes Tablas para las interacciones de primer orden, de manera similar a como se hizo en el caso del Diseño de 2 factores, resultando las siguientes tres tablas parciales: 2× f × c, 2 × f × b y 2 × c × b. La 1ª Tabla (2 × f × c) se obtiene sumando las correspondientes frecuencias de las casillas a través de los bloques (B). La Tabla 2 × f × b se obtiene mediante la suma de frecuencias a través de las columnas (C), y la Tabla 2 × c × b se obtiene mediante la suma de frecuencias a través de las filas (F). Para cada una de ellas se calcula su correspondiente χ^2_T, haciendo uso de la fórmula (1.a.), (1.b.) o (1.c.), según el caso. A partir de estas χ^2 Totales, se computan los efectos de interacción de primer orden, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$ {}_{FC}\chi^2_I = {}_{FC}\chi^2_T - \chi^2_F - \chi^2_C \quad (10)$$

$$ {}_{FB}\chi^2_I = {}_{FB}\chi^2_T - \chi^2_F - \chi^2_B \quad (11)$$

$$ {}_{CB}\chi^2_I = {}_{CB}\chi^2_T - \chi^2_C - \chi^2_B \quad (12)$$

Los grados de libertad correspondientes a cada interacción se distribuyen de la siguiente forma:

a) para la Interacción F × C, se tienen (f — 1) (c — 1) grados de libertad
b) para la Interacción F × B, se tienen (f — 1) (b — 1) grados de libertad
c) para la Interacción C × B, se tienen (c — 1) (b — 1) grados de libertad

Finalmente, se procede al cálculo del valor de χ^2 para la interacción de segundo orden (A × B × C), de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$ {}_{FBC}\chi^2_I = \chi^2_I - {}_{FC}\chi^2_I - {}_{FB}\chi^2_I - {}_{CB}\chi^2_I \quad (13)$$

siendo los grados de libertad = (f — 1) (c — 1) (b — 1)

En todos los casos, puede observarse que la significación estadística de los efectos de las variables (principales o de interacción) se comprueba mediante el contraste del χ^2 obtenido de los datos con el χ^2 requerido por las Tablas, de acuerdo con los g.l. apropiados y al nivel «p» establecido. El análisis presentado para Diseños de tres factores constituye un procedimiento de aplicación general para cualquier Diseño de más de 3 factores, haciendo los cambios oportunos en las anotaciones.

4. Aplicación del Método de Wilson a un caso práctico

Supongamos que un investigador en el área de psicología educativa está interesado en comprobar el posible influjo de tres variables (tipo de examen, estrategia de examen y sesión previa) sobre el rendimiento en una tarea académica.

Estamos, por tanto, en un diseño de tres factores (A × B × C). Puesto que utilizamos dos niveles de cada variable, el diseño resultante es un 2 × 2 × 2, con 8 grupos de tratamiento y 8 Ss en cada grupo. Supongamos las puntuaciones de los 8 Ss en cada grupo, tal como aparecen en la Tabla 1, para un análisis paramétrico. A partir de estos datos, se calcula la Gran Mediana (GM) para el conjunto de las puntuaciones, y a partir de ella se construye la Tabla de Contingencia 2 × A × B × C, dividida en sus dos mitades (n_a y n_b), tal como se expone en la Tabla 2. Con los datos de este modo presentados, se procede al cálculo de los efectos principales y del efecto de interacción global, según el siguiente orden:

TABLA 1. MATRIZ DE DATOS BÁSICOS PARA UN DISEÑO FACTORIAL «2 × 2 × 2» Y ANOVA PARAMÉTRICO. A = TIPO DE EXAMEN (A_1 = OBJETIVO; A_2 = NO OBJETIVO). B = ESTRATEGIA DE EXAMEN (B_1 = LIBRO ABIERTO; B_2 = LIBRO CERRADO). C = SESIÓN PREVIA (C_1 = CON REVISIÓN; C_2 = SIN REVISIÓN)

		C			
		C_1		C_2	
	B	B_1	B_2	B_1	B_2
A	A_1	4,8,10,5 9,8,10,6 $(X_1=7,5)$	5,3,4,6 2,3,5,4 $(X_2=4)$	6,7,4,6 8,3,2,5 $(X_3=5,12)$	0,1,3,4 1,5,2,1 $(X_4=2,13)$
		9,8,10,9 9,10,10,9 $(X_5=9,25)$	10,5,6,9 8,9,6,8 $(X_6=7,6)$	6,4,7,8 7,9,6,8 $(X_7=6,87)$	5,3,6,4 2,1,5,4 $(X_8=3,75)$

TABLA 2. TABLA DE CONTINGENCIA 2 × A × B × C, DIVIDIDA EN SUS DOS MITADES (n_a Y n_b): FRECUENCIAS IGUALES O SUPERIORES A LA MEDIANA, E INFERIORES A LA MEDIANA

FRECUENCIAS ≥ MEDIANA					
(n_a)	C_1		C_2		Filas
	B_1	B_2	B_1	B_2	(af_i)
A_1	6	1	4	0	11
A_2	8	7	7	1	23
(af_{jk})	14	8	11	1	34
($af_{.j}$)	22		12		Columnas
($af_{..k}$)	25		9		Bloques

FRECUENCIAS < MEDIANA					
(n_b)	C_1		C_2		Filas
	B_1	B_2	B_1	B_2	(bf_i)
A_1	2	7	4	8	21
A_2	0	1	1	7	9
(bf_{jk})	2	8	5	15	30
($bf_{.j}$)	10		20		Columnas
($bf_{..k}$)	7		23		Bloques

4.1. *Efectos principales*

(a) Aplicando la fórmula más general (1.c.), tenemos:

$$\chi^2_T = \left[\frac{(6-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(1-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(4-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(0-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(8-4{,}25)^2}{4{,}25} + \right.$$
$$\left. + \frac{(7-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(7-4{,}25)^2}{4{,}25} + \frac{(1-4{,}25)^2}{4{,}25}\right] + \left[\frac{(2-3{,}75)^2}{3{,}75} + \right.$$
$$+ \frac{(7-3{,}75)^2}{3{,}75} + \frac{(4-3{,}75)^2}{3{,}75} + \frac{(8-3{,}75)^2}{3{,}75} + \frac{(0-3{,}75)^2}{3{,}75} +$$
$$\left. + \frac{(1-3{,}75)^2}{3{,}75} + \frac{(1-3{,}75)^2}{3{,}75} + \frac{(7-3{,}75)^2}{3{,}75}\right] = (13{,}82) + (19{,}106) = \mathit{32{,}9}$$

(b) Aplicando la fórmula más general (2.c.), tenemos:

$$\chi^2_F = \left[\frac{(11-17)^2}{17} + \frac{(23-17)^2}{17}\right] + \left[\frac{(21-15)^2}{15} + \frac{(9-15)^2}{15}\right] =$$

$$= (4{,}24) + (4{,}8) = \mathit{9{,}04}$$

(c) Aplicando la fórmula más general (3.c.), tenemos:

$$\chi^2_C = \left[\frac{(22-17)^2}{17} + \frac{(12-17)^2}{17}\right] + \left[\frac{(10-15)^2}{15} + \frac{(20-15)^2}{15}\right] =$$

$$= (2{,}94) + (3{,}33) = \mathit{6{,}27}$$

(d) Aplicando la fórmula más general (7), tenemos:

$$\chi^2_B = \left[\frac{(25-17)^2}{17} + \frac{(9-17)^2}{17}\right] + \left[\frac{(7-15)^2}{15} + \frac{(23-15)^2}{15}\right] =$$

$$= (7{,}52) + (8{,}53) = \mathit{16{,}05}$$

4.2. *Efectos de interacción*

Para el cálculo de los efectos de interacción de primer y segundo orden, los datos se ordenan tal como aparecen en las Tablas de Contingencia parciales, que se presentan en la Tabla 3.

TABLA 3. TABLAS DE CONTINGENCIA PARCIALES PARA EL CÁLCULO DE LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN

n_a	FREC.≥MED.								
	C_1	C_2	af_i						
A_1	7	4	11	10	1	11	14	8	22
A_2	15	8	23	15	8	23	11	1	12
$af_{.j}$	22	12	34	25	9	34	25	9	34
	A × C F × C			A × B F × B			C × B C × B		
n_b	FREC.<MED.								
	C_1	C_2	bf_i						
A_1	9	12	21	6	15	21	2	5	7
A_2	1	8	9	1	8	9	8	15	23
$bf_{.j}$	10	20	30	7	23	30	10	20	30

(a) *Cálculo de la interacción global.* Aplicando la fórmula más general (9), tenemos:

$$\chi^2_I = 32{,}9 - 9{,}04 - 6{,}27 - 16{,}05 = \mathit{1{,}54}$$

(b) *Cálculo de las interacciones parciales de primer orden.* En primer lugar, debemos calcular χ^2_T para cada una de las Tablas de Contingencia parciales, utilizando en este caso la fórmula (1.b.):

$$_{FC}\chi^2_T = \left[\frac{(7-8{,}5)^2}{8{,}5} + \frac{(4-8{,}5)^2}{8{,}5} + \frac{(15-8{,}5)^2}{8{,}5} + \frac{(8-8{,}5)^2}{8{,}5} \right] +$$

$$+ \left[\frac{(9-7{,}5)^2}{7{,}5} + \frac{(12-7{,}5)^2}{7{,}5} + \frac{(1-7{,}5)^2}{7{,}5} + \frac{(8-7{,}5)^2}{7{,}5} \right] =$$

$$= (7{,}64) + (8{,}66) = \mathit{16{,}3}$$

$$_{FB}\chi^2_T = \left[\frac{(10-8,5)^2}{8,5} + \frac{(1-8,5)^2}{8,5} + \frac{(15-8,5)^2}{8,5} + \frac{(8-8,5)^2}{8,5} \right] +$$

$$+ \left[\frac{(6-7,5)^2}{7,5} + \frac{(15-7,5)^2}{7,5} + \frac{(1-7,5)^2}{7,5} + \frac{(8-7,5)^2}{7,5} \right] =$$

$$= (11,879) + (13,463) = \mathit{25,34}$$

$$_{CB}\chi^2_T = \left[\frac{(14-8,5)^2}{8,5} + \frac{(11-8,5)^2}{8,5} + \frac{(8-8,5)^2}{8,5} + \frac{(1-8,5)^2}{8,5} \right] +$$

$$+ \left[\frac{(2-7,5)^2}{7,5} + \frac{(5-7,5)^2}{7,5} + \frac{(8-7,5)^2}{7,5} + \frac{(15-7,5)^2}{7,5} \right] =$$

$$= (10,95) + (12,39) = \mathit{23,34}$$

A continuación, se procede al cálculo de las interacciones de primer orden (F × C,F × B,C × B), de acuerdo con las fórmulas (10) (11) y (12), respectivamente:

$$_{FC}\chi^2_I = 16,3 - 9,04 - 6,27 = \mathit{0,99}$$

$$_{FB}\chi^2_I = 25,34 - 9,04 - 16,05 = \mathit{0,25}$$

$$_{CB}\chi^2_I = 23,34 - 16,05 - 6,27 = \mathit{1,02}$$

(c) *Cálculo de la interacción de segundo orden.* Para la interacción de segundo orden (F × B × C), se procede de acuerdo con la fórmula (13):

$$_{FBC}\chi^2_I = 1,54 - 0,99 - 0,25 - 1,02 = \mathit{-0,72}$$

El método de Wilson aquí descrito contempla la posibilidad de que resulte una χ^2 negativa para los términos de interacción, sea de cualquier orden, tal como sucede en este caso. A este respecto, el autor introduce la siguiente observación: «Cuando tal situación ocurra, el estadístico χ^2 deberá colocarse en '*0*', y la correspondiente probabilidad se colocará en '*—1*', y no se invocará para nada la Tabla convencional de valores críticos de χ^2».

En la Tabla 4 presentamos un resumen de los resultados del diseño factorial 2(Tipo de examen) × 2(Estrategia de examen) × 2(Sesión previa), según dos métodos de ANOVA: Paramétrico (A) y No paramétrico (B). Puede observarse cómo los resultados en lo fundamental, son coincidentes en ambos procedimientos, aunque el Método de Wilson presenta una menor potencia de la prueba estadística, dado su carácter relativamente más conservador.

TABLA 4. RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL DISEÑO FACTORIAL 2(TIPO DE EXAMEN) × 2(ESTRATEGIA DE EXAMEN) × 2(SESIÓN PREVIA), SEGÚN DOS MÉTODOS DE ANOVA: PARAMÉTRICO (A) Y NO PARAMÉTRICO (B)

FUENTE DE VARIACIÓN	A) ANOVA PARAMÉTRICO					B) ANOVA NO PARAMÉTRICO		
	SC	GL	MC	F	p	GL	χ^2	p
A) Tipo de Examen	76,56	1	76,56	26,86	0,001	1	9,04	0,01
B) Estrategia de Examen	126,56	1	126,56	44,41	0,001	1	16,05	0,001
C) Sesión Previa	110,25	1	110,25	36,68	0,001	1	6,27	0,02
A × B	3,07	1	3,07	1,08	NS	1	0,25	NS
A × C	4,00	1	4,00	1,10	NS	1	0,99	NS
B × C	1,00	1	1,00	0,35	NS	1	1,02	NS
A × B × C	4,00	1	4,00	1,40	NS	1	—0,72	NS
Error	159,50	56	2,85					
Total	484,94	63					32,9	

CONCLUSIÓN

Puesto que muchos datos procedentes del análisis de la conducta humana, especialmente fuera del laboratorio, no están necesariamente sujetos a criterios paramétricos —còmo ya señalara Smith (1979)—, pensamos que puede ser sumamente útil al investigador en ciencias de la conducta disponer de un procedimiento alternativo al paramétrico y no excesivamente complejo, que, a pesar de su relativa menor potencia, ofrece la ventaja de mitigar los errores derivados de la transgresión de los supuestos de normalidad y homogeneidad.

RESUMEN

En el presente artículo se presenta la modificación de la técnica estadística del ANOVA propuesta por Wilson (1954), aplicable a diseños unifactoriales y multifactoriales con datos discretos o cualitativos. Esta alternativa, englobable dentro del análisis de datos no paramétrico, se basa en la categorización de las variables a partir de los valores de la mediana para, posteriormente, efectuar la significación de los diferentes efectos del diseño mediante el estadístico χ^2. Se presenta, asimismo, un ejemplo empírico para completar el desarrollo y presentación de esta técnica.

Las ventajas que reporta este tipo de tratamiento estadístico se fundamentan en el hecho de efectuar pruebas de hipótesis a partir de datos de distribución libre mediante el empleo de un modelo probabilístico conocido, lo cual supone un replanteamiento de las denominadas pruebas estadísticas no paramétricas.

SUMMARY

A modification of the ANOVA statistical technique suggested by Wilson (1954) is presented here. It can be applied to unidimensional and multidimensional designs with discrete or qualitative data. This alternative, which could be included into the non-parametrical data analysis, is based on the categorization of variables starting from the median values and then making the signification of the different effects of the designs by means of χ^2 distribution. An empirical example to complete the explanation of this technique and its development is also presentend.

The improvement which involves this sort of statistical approach is the possibility to make hypothesis tests from free distribution data using a well known probabilistical model. This implies a review of the so-called non-parametrical statiscial tests.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Amon, J. (1982). *Estadística para psicólogos*. Madrid: Pirámide (tomo II, 2ª ed.).

Anderson, N. (1961). Scales and Statistics. Parametric and Non-Parametric. *Psychological Bulletin, 58*, 305-316.

Arnau, J. (1981). *Diseños Experimentales en Psicología y Educación*. V.I. México: Trillas.

Calvo, F. (1978). *Estadística aplicada*. Bilbao: Deusto.

Cochran, W.G. (1954). Some methodes for strengthening the common chi-square tests. *Biometrics, 10*, 417-451.

Downie, N.M., Heath, R.W. (1979). *Métodos estadísticos aplicados*. Madrid: Del Castillo.

Escotet, MA. (1980). *Diseño multivariado en Psicología y Educación*. Barcelona: CEAC.

Gaito, J. (1959). Non parametric methods in psychological research. *Psychological Reports, 5*, 115-125.

Jiménez, C. (1983). *Factores determinantes de las actitudes de los profesores y alumnos de E.G.B. hacia las conductas problemáticas de los niños en la escuela*. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.

Kruskal, W.H. y Wallis, W.A. (1952). Use of Ranks in one-criterium Variance Analysis. *J. of The.An.Stat.Iss., 47*, 583-621.

Leon, O.G. (1980). *Tratamiento de las variables nominales en Psicología. Nuevas Aportaciones*. Tesis. Madrid: Universidad Autónoma.

Mood, A.M. (1950). *Introduction to the theory of statistics*. New York: McGraw Hill.

Moses, L.E. (1952). Non-parametric statistics for psychological research. *Psychological Bulletin, 49*, 122-143.

Narwpu (Boletín Informativo) (1981). Performance of a distribution-free analysis of variance for one-way, two way or three-way designs, with replications which are not constant from cell to cell. NARWPU, junio.

Pierce, A. (1970). *Fundamentals of non-parametrics statistics*. Belmont (Calif.): Dickenson Publishing Company.

Rao, C.R. (1952). *Advanced statistical methods in biometric reserarch*. New York: Wiley.

Siegel, S. (1970). *Estadística no paramétrica. (Diseño experimental no paramétrico aplicado a las ciencias de la conducta)*. México: Trillas.

Singer, B. (1979). Distribution-free methods for non-parametric problems. *Br. J. Math. Statist. Psych., 32*.

Smith, K. (1979). Métodos Estadísticos No Paramétricos. En Festinger, L. y Katz, D. *Los métodos de investigación en Ciencias Sociales*. Buenos Aires: Paidós, 490-528.

Stevens, S.S. (1968). Measurements, statistics and schematic view. *Science, 161*, 349-356.

Tate, M.W., Clelland, R.C. (1957). *Non-Parametric and Short-Cut Statistics*. Illinois: Interstate Printer and Publishers Danville.

Wilson, K.V. (1954). *Information transmission and optimal coding in natural language messages*. Unpublished doctoral dissertation. University of Illinois.

Wilson, K.V. (1956). A distribution-free test of Analysis of Variance hypotheses. *Psychological Bulletin, 53*, 96-101.