

# Una visión innovadora de los cursos cero de matemáticas enfocada al grado de Administración y Dirección de Empresas<sup>1</sup>

Noemí Ruiz-Munzón, Vanessa Serrano

Departament d'Economia i Empresa  
Universitat Pompeu Fabra  
Ramon Trias Fargas 25-27. 08005 Barcelona  
[noemi.ruizm@upf.edu](mailto:noemi.ruizm@upf.edu)

Facultat d'Economia IQS  
Universitat Ramon Llull  
Via Augusta 390, E-08017 Barcelona  
[vanessa.serrano@iqs.url.edu](mailto:vanessa.serrano@iqs.url.edu)  
DOI:10.1344/104.000001767

## Resumen

Una de las medidas, adoptadas por algunas universidades para frenar el fracaso de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas del grado de administración y dirección de empresas, es ofrecer unos cursos preparatorios o “cursos de matemáticas cero” en verano, unas semanas antes del inicio del año académico. En este trabajo describiremos dos de estos cursos que se han experimentado en las semanas previas al curso académico 2010-11 en las facultades de Economía y Empresa (Universidad Pompeu Fabra) y la de Economía IQS (Universidad Ramon Llull). El *curso cero* de la UPF propone dar mayor cohesión a las matemáticas básicas de Secundaria así como proponer una ampliación controlada del tipo de actividad matemática más habitual de los alumnos. El *curso cero* de IQS propone un cambio drástico en el tipo de actividad matemática que los alumnos han realizado en el bachillerato, centrándose en el estudio de una única situación problemática contextualizada en el mundo empresarial. Una vez descritos estos dos casos, concluiremos con algunas reflexiones sobre la vinculación de estos cursos con la forma de entender las matemáticas en los estudios de economía y empresa.

**Palabras clave:** Cursos cero, Educación universitaria, Modelización matemática, Teoría antropológica de lo didáctico.

## 1. El problema de la transición entre Secundaria y Universidad

Existe un gran número de estudios que abordan el problema de la transición secundaria-universidad a nivel europeo, una recopilación muy completa de estas investigaciones se encuentra en Evans (2000), Bloch y Ghedamsi (2004), Dong y Peat (2004), Hoyles et al. (2001), Kajander y Lovric (2005) y Luk (2005). Nuestro trabajo no pretende profundizar en esta problemática pero es en esta línea de investigación en la que debe situarse.

A modo de síntesis, de los trabajos citados anteriormente, sólo comentaremos que la mayoría de estudios en torno a la transición entre Secundaria y Universidad indican como factor agravante<sup>2</sup> de las dificultades de los alumnos al iniciar esta etapa educativa la “apertura” que se ha producido en las Universidades, no hace mucho tiempo el acceso a los estudios superiores estaba limitado a una élite y podemos afirmar que en los últimos años la Universidad ha sufrido una democratización del alumnado. Otro de los factores

<sup>1</sup> Trabajo presentado el día 8 de Julio de 2011 en la *III Jornada Universitària d'Innovació docent en Matemàtiques aplicades a l'Economia i Empresa*.

<sup>2</sup> Hablamos de agravantes de las dificultades ya que éstas siempre han existido en el paso de una etapa educativa a la otra.

agravantes sobre los que dirigen su atención estas investigaciones es la lenta evolución de las metodologías didácticas y de los sistemas de evaluación para adaptarse a los cambios sociales que se han producido en los últimos años.

Si nos centramos en el estado español, encontramos que desde 1990 con la implantación de la reforma educativa (LOGSE) se extendió la enseñanza secundaria hasta los 16 años generando una diversidad enorme, en extensión y profundidad, de los conocimientos matemáticos de los alumnos que posteriormente iniciarían sus estudios universitarios. Como consecuencia se ha producido una disminución, muchas veces consciente, de los niveles de exigencia matemática, tanto en la enseñanza secundaria como en la universitaria. La distancia entre la nueva Secundaria y la Universidad ha empeorado y es el principal motivo del crecimiento de la oferta de los llamados *cursos cero*, *cursos puente* o *cursos propedéuticos*, ofrecidos tanto por las propias universidades como por empresas privadas no vinculadas a éstas. En definitiva, podemos afirmar que estos cursos corresponden a nuevos dispositivos que surgen para paliar las dificultades detectadas en el paso de secundaria a universidad.

En el caso particular de los *cursos cero* de matemáticas, su objetivo es facilitar el paso de los alumnos entre las dos instituciones, completando los contenidos matemáticos que se estudian en secundaria con aquellos que se consideran imprescindibles para cursar las asignaturas de matemáticas del primer ciclo universitario. Pero, en la práctica, una gran parte de estos cursos se limitan a dar un resumen de todos los conocimientos que los alumnos deberían saber sin establecer conexiones entre dichos conocimientos (Serrano, 2007).

En este trabajo mostraremos dos propuestas de *curso cero* que se sustentan en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) orientadas a alumnos de nuevo acceso al grado de Administración y Dirección de Empresas (ADE). Describiremos en el siguiente apartado las nociones y resultados obtenidos en este marco teórico sobre los que se apoya, como ya hemos dicho, el diseño de los cursos. Dedicaremos el tercer apartado al diseño a priori y descripción de dos propuestas innovadoras ofertadas por dos universidades catalanas. Aunque estos cursos han sido experimentados antes de iniciar el curso académico 2010-11 en la “Facultat d’Economia i Empresa” de la UPF y de la “Facultat d’Economia IQS” de la URL<sup>3</sup>, respectivamente, no se llevará a cabo un análisis de los resultados obtenidos ya que no se ha realizado una recogida sistemática de datos y tampoco una comparación de las propuestas debido a que las características de ambas experiencias son muy diferentes entre sí. Además, debido a los años de experiencia y por el carácter innovador del curso de IQS se llevará a cabo una breve reflexión sobre las principales aportaciones a los *cursos cero* más habituales y se resaltarán las principales dificultades encontradas.

## 2. Visión desde la TAD del modelo pedagógico en los sistemas de enseñanza

El inicio de la TAD se encuentra en los años 80 con los trabajos del investigador francés Yves Chevallard sobre los procesos de *transposición didáctica* (Chevallard, 1985) que se desarrollaron posteriormente dando lugar al *enfoque antropológico de lo didáctico* (Chevallard, 1992, 1999). No pretendemos dar aquí una visión exhaustiva de la teoría, únicamente presentaremos las nociones y resultados de investigación en didáctica necesarios para comprender cuál es la base de construcción de los *cursos cero* que presentaremos.

Tomamos como punto de partida los resultados en torno al sistema de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde la secundaria a la universidad que emergen de investigaciones situadas en la TAD. Como ha sido apuntado recientemente por Barquero (2009) la *ideología pedagógica dominante* en los sistemas de enseñanza actuales condicionan fuertemente el tipo de actividad que se puede desarrollar en ellos. Chevallard (2004, 2005) describe la pedagogía dominante en los sistemas de enseñanza habituales

<sup>3</sup> En adelante, para facilitar la lectura del trabajo, nos referiremos a cada una de las propuestas haciendo referencia a la universidad donde fueron experimentadas, así nos referimos al curso de la UPF y al curso de IQS.

como “monumentalista” debido a que tiende a valorar, casi exclusivamente, el producto final de una actividad en general y que, en nuestro caso, hace referencia a la actividad matemática. Los conceptos y teorías son estudiados en el sistema de enseñanza tradicional por ellos mismos y no por lo que nos permiten hacer o responder, es decir, se otorga la primacía al estudio “porque sí” de los saberes y se sacrifican sin ambages las *funciones* de un saber como herramienta de producción de conocimientos.

La pedagogía monumentalista “invita” a los alumnos a contemplar teorías ya acabadas y cristalizadas por lo que tiende a eliminar las progresivas cuestiones problemáticas que constituyen la razón de ser de la actividad y, en consecuencia, dificulta un proceso de estudio basado en la dialéctica entre cuestiones y respuestas.

Una de las consecuencias de esta pedagogía dominante es que se parte siempre de un objetivo de enseñanza fijado de antemano y formulado en términos de *contenidos del saber* que se debe enseñar. En consecuencia el conocimiento es siempre introducido en el aula por el profesor y con un estatus de definitivo.

Además, en Secundaria, existe una cláusula implícita según la cual el profesor tiene la respuesta absoluta a todos los problemas que puedan plantear los alumnos, aunque en algunas ocasiones se les da oportunidad de buscar las respuestas por sí mismos antes de obtener la “corrección” por parte del profesor. Desaparece así la necesidad de discutir, justificar, defender y comparar las diversas respuestas provisionales, que constituyen actividades fundamentales en el proceso de cuestionamiento que se puede generar en cualquier actividad matemática.

En el curso de IQS se pretende romper con este modelo pedagógico monumentalista planteando una situación problemática de respuesta no inmediata donde no se especifican los contenidos matemáticos necesarios para resolverla. Además, las vías de resolución no son únicas y requieren debate, cuestionamiento y reflexión, aceptando la incertidumbre que este proceso de estudio conlleva. Esta incertidumbre debe ser aceptada desde un principio tanto por parte del profesor como de los alumnos.

Volviendo a la ideología pedagógica dominante en Secundaria encontramos que, con la intención de evitar que los alumnos se alejen y separen de la institución escolar (fracaso escolar, negación al aprendizaje, etc.), se tiende a eliminar aquellos aspectos *disciplinarios* de la actividad matemática que por su especial dureza y exigencia dificultan, presuntamente, la vida escolar de la mayoría de los alumnos. En base a este principio “proteccionista” y tal como se describe en Barquero (2009), observamos en los sistemas de enseñanza de las matemáticas una fuerte tendencia a:

- Disminuir progresivamente los objetivos a largo plazo, al tiempo que toma fuerza el mito de la *comprensión inmediata y casi instantánea*.
- *Atomizar la matemática enseñada* (y, en general, los contenidos de la enseñanza) que lleva a convertirla en un conjunto de “anécdotas” independientes entre sí.
- Hacer desaparecer progresivamente *el trabajo sistemático*, a largo plazo y, en definitiva, toda actividad que pueda ser considerada como “*rutinaria*”, repetitiva y aburrida.

Para finalizar este apartado queremos apuntar algunos rasgos del *modelo epistemológico* del Cálculo Diferencial y del Álgebra en Secundaria. Desde nuestro punto de vista, éstos son principalmente los bloques a los que se pretende dar continuidad en la matemática de los estudios de ADE. Su caracterización permitirá entender algunas de las carencias con las que los alumnos llegan a la universidad y sentará las bases para el diseño del curso de la UPF.

En los trabajos de Gascón (1993, 1995, 1999) se ha analizado el fenómeno de la *aritmética del álgebra escolar*, mostrando que dicho fenómeno responde a la interpretación dominante del álgebra elemental como *aritmética generalizada*. Esta interpretación conlleva que en la enseñanza obligatoria se identifique el álgebra elemental con la *manipulación formal* de expresiones algebraicas, lo que incluye la

resolución de ecuaciones y de ciertos prototipos de “problemas de planteo” (Bolea, 2003).

Una de las consecuencias de este tratamiento *formal* del álgebra elemental, en contraposición a lo que podríamos llamar un tratamiento “utilitario”, es la *ausencia del juego entre parámetros y variables*. De hecho, en la enseñanza obligatoria las letras juegan únicamente el papel de incógnitas (en las ecuaciones) o de variables (en el lenguaje funcional) y los parámetros están prácticamente ausentes. Por lo tanto, las *fórmulas* que aparecen en geometría, matemática comercial, combinatoria, estadística, etc. hacen el papel casi exclusivamente de reglas para realizar ciertos *cálculos numéricos*. No aparecen nunca como el *resultado de un trabajo algebraico* ni juegan el rol de “modelos algebraicos” en los que el papel de las variables y de los parámetros sea intercambiable.

Trabajos posteriores en esta línea de investigación han puesto de manifiesto la relación entre la interpretación del álgebra como aritmética generalizada y la *desarticulación* de la matemática escolar (García, 2005), así como su relación con el tipo de estudio en torno a las funciones (Ruiz-Higueras, 1993).

Una revisión del trabajo de Ruiz-Higueras nos permite afirmar que en las tareas matemáticas relativas a las funciones, éstas hacen referencia principalmente a funciones concretas consideradas aisladamente, siendo prácticamente inexistente el trabajo en torno a las familias de funciones. Esto es debido, en parte, a una separación radical entre el lenguaje algebraico y el lenguaje funcional.

De hecho en el bachillerato se identifica prácticamente una función con su expresión analítica puesto que las otras maneras de representar una función, ya sea la representación gráfica o la numérica, juegan siempre un papel secundario. Además, podemos afirmar que, dado que a los alumnos de bachillerato no se les asigna la responsabilidad de construir los modelos funcionales, suelen acceder a los mismos una vez que éstos han sido elaborados ya sea por el profesor, por el libro de texto o por cualquier otro material curricular. Esto comporta que las *funciones* no sean consideradas propiamente como *modelos* excepto en casos muy especiales como el de los problemas de optimización.

El curso de la UPF pretende, en la medida de lo posible, ampliar la visión formal del álgebra elemental promoviendo una visión funcional de ésta. Y, en menor medida, articular el lenguaje algebraico con el lenguaje funcional, así como la construcción de modelos funcionales sencillos. Otra de las acciones que pretende este curso es la de dar cabida a un cierto trabajo rutinario que, bajo nuestro punto de vista, es imprescindible para cualquier actividad matemática.

En el siguiente apartado describiremos una última herramienta teórica: *los momentos didácticos* que servirán para articular el diseño de nuestras propuestas de *cursos cero*.

### 3. Diseño a priori de las propuestas de cursos cero

El proceso de estudio que pretendemos realizar en cada uno de los *cursos cero* lo describiremos en términos de los *momentos didácticos* propuestos por la TAD. Estos *momentos* corresponden a diferentes dimensiones de la actividad matemática institucionalizada, no se deben interpretar en un sentido cronológico y son independientes de las características culturales, sociales, individuales o de cualquier índole de la comunidad de estudio. Chevallard (1999, pp. 250-255) ha identificado seis momentos didácticos que son los siguientes:

- El *momento del primer encuentro* con el conocimiento matemático. Este encuentro puede suceder de diversas formas, pero una manera de encuentro –o de “reencuentro”– inevitable, a menos que la actividad quede limitada a un nivel superficial de la obra, es el que consiste en “encontrar” las nociones matemáticas a través, como mínimo, de un tipo de tareas. Estas tareas pueden a la vez ser

abordadas en más de una ocasión, en función sobretodo de los entornos matemáticos y didácticos en los cuales se producen: es posible *volver a descubrir* un tipo de tareas igual como se vuelve a descubrir una persona que se creía conocer.

- El *momento exploratorio* y de *elaboración de una técnica* relativa a un tipo de tareas. El estudio y la resolución de un problema comporta siempre una construcción de un embrión de la técnica, a partir del cual una técnica más desarrollada podrá emerger: el estudio de un problema *particular*, perteneciente a un tipo de problemas, aparecerá, no como objetivo de la actividad, sino como *medio* para la construcción de una técnica de resolución. Surge así una dialéctica fundamental: estudiar problemas es un medio que permite crear y activar una técnica relativa a los problemas de un cierto tipo, técnica que será a continuación el medio para resolver casi de forma rutinaria los problemas de este tipo.
- El *momento tecnológico-teórico* tiene una relación muy estrecha con *cada uno* de los otros momentos. Así, desde el primer encuentro con un tipo de tarea, se establece generalmente una relación con el entorno tecnológico-teórico anteriormente elaborado, o con gérmenes de un entorno por crear que se concretaran mediante una relación dialéctica con la emergencia de la técnica. No obstante, por razones de economía didáctica global, a veces las estrategias de dirección de estudio tradicionales hacen de este momento la *primera etapa* del estudio.
- El *momento del trabajo de la técnica* se inicia con la *rutinización* de ésta hasta que la comunidad asuma un dominio robusto de la misma. Debe mejorar la técnica inicial, haciéndola más eficaz y más fiable (lo que exige generalmente retocar la tecnología elaborada hasta el momento), y aumentar el dominio de ésta. Con la intención de poner a prueba la técnica se generan, en este razonamiento, nuevas tareas y nuevos elementos tecnológicos.
- El *momento de la institucionalización* tiene por objetivo precisar lo que es exactamente la organización matemática elaborada, distinguiendo claramente, por un lado, los elementos que, habiendo aparecido en la construcción, no han sido integrados en ésta y, por otro lado, los elementos que constituirán de manera definitiva la organización matemática considerada, dándoles así un carácter oficial.
- El *momento de la evaluación*, que se articula con el momento de la institucionalización, corresponde al instante donde se debe hacer balance: es un momento de reflexión, de examinar el *valor* de lo que se ha aprendido (o construido), de elegir qué resultados se pueden garantizar, qué es importante, cómo debemos plantear la continuación del estudio, etc.

Un proceso de estudio no tiene porqué ser homogéneo ni lineal, sino que está estructurado en los momentos descritos, donde cada momento hace referencia a una dimensión o aspecto de la actividad matemática.

### 3.1. El curso de la UPF: el álgebra como herramienta funcional

El *curso cero* de la UPF se estructura en 5 sesiones presenciales cada una de las cuales se articula en tres bloques: *Teoría*, *Seminario* y *Trabajo Individual*, cada uno de ellos de una hora de duración. Además, se considera que los alumnos deben dedicar una o dos horas diarias fuera de estas sesiones a la realización de cuestionarios en *moodle* o al repaso del trabajo realizado en las sesiones presenciales.

El conocimiento matemático que, a priori, se pretende trabajar en el curso es: operaciones con números reales, uso de paréntesis, fracciones, porcentajes, lenguaje algebraico y simplificaciones, potencias y exponentes, notación funcional y modelos lineales y cuadráticos (rectas y parábolas).

En el bloque de *Teoría* no se lleva a cabo una clase magistral en la que se explica los conceptos de

Secundaria, sino que se parte de un tipo de tareas o problemas para los que inicialmente los alumnos pueden responder sin muchas dificultades y a través de sus respuestas se realiza un recordatorio de las nociones y técnicas básicas de la matemática de bachillerato. Estas técnicas y conocimientos matemáticos se articulan a partir de los tipos de tareas que se realizan en el curso consiguiendo ampliar la visión muchas veces limitada y encapsulada de los alumnos. En este bloque podemos identificar el momento didáctico del primer encuentro (en realidad de reencuentro) y el de la institucionalización.

En el bloque de *Seminario* se proponen una o dos situaciones problemáticas que los alumnos deben trabajar por grupos. La resolución de estas tareas conlleva un pequeño trabajo de modelización: exploración de la situación, construcción de un modelo matemático, resolución de las cuestiones planteadas e interpretación de los resultados en el contexto del problema. En general, el conocimiento matemático que debe movilizarse está relacionado con el trabajo realizado en el bloque de *Teoría*. En el *Seminario* se pretende hacer vivir el momento exploratorio y para ello será necesario un cambio en las responsabilidades dentro de los miembros de la comunidad de estudio. El profesor debe tomar un papel de guía y conductor en el proceso de estudio y los alumnos se convierten en agentes activos del proceso de construcción del conocimiento.

Finalmente, en el tercer bloque denominado *Trabajo individual*, se entrega a los alumnos una lista de ejercicios que deben realizar individualmente con el objetivo de trabajar las técnicas y nociones que han aparecido en los dos bloques anteriores de esa sesión o de las anteriores. En definitiva, se trata de dar robustez a las técnicas matemáticas aplicadas, es decir, hacer vivir el momento de trabajo de la técnica.

### **Mapa del curso**

El curso se estructura alrededor de tres tareas umbilicales:

- a) Justificar algunos resultados teóricos (sesiones 1 y 2).

Se plantea la justificación de alguna propiedad o resultado que requiere la explicitación de una expresión algebraica con uno o varios argumentos no numéricos y su posterior trabajo de simplificación. Aparece así la necesidad de tomar en consideración la jerarquía de las operaciones aritméticas, la regla de usos de paréntesis, de potencias, etc. Un ejemplo de este tipo de tareas es la justificación de trucos de juegos de magia<sup>4</sup>:

*Piensa un número, súmale su consecutivo, suma de nuevo el consecutivo y finalmente réstale el triple del número pensado. ¿Cuál es el resultado obtenido?*

- b) Comparar expresiones algebraicas (sesiones 3 y 4).

Se plantea la comparación de expresiones algebraicas, es decir, un trabajo con desigualdades. Las técnicas ecuacionales toman aquí el protagonismo como herramientas para resolver las cuestiones planteadas pero, debido a la contextualización de los problemas, se necesita una interpretación final de los resultados obtenidos. Un ejemplo de este tipo de tareas es el siguiente:

*En el barrio hay dos bancos y queremos abrir una libreta de ahorros. ¿Cuál es la mejor opción?*

<sup>4</sup> Remitimos a Ruiz-Munzón (2010) para comprobar la potencialidad de este tipo de tareas para introducir el álgebra desde un punto de vista instrumental.

	Banco A		Banco B
Anual	Nos dan un 20 % del ingreso que hagamos y nos descuentan un 2 % en concepto de comisión sobre el ingreso inicial.	Trimestral	Nos dan un 5 % cada trimestre y nos descuentan un 0,5 % a final de año en concepto de comisión sobre el ingreso inicial.

**Tabla 1:** Actividad propuesta dentro del bloque de *Seminario*

c) Modelizar situaciones semiabiertas (sesión 5).

Se plantean situaciones que pueden ser modelizadas por funciones lineales o cuadráticas y donde las cuestiones requieren el trabajo con las propiedades básicas de estas funciones. Un ejemplo de este tipo de tareas es el siguiente:

*Desde hace unos años, la asociación juvenil del barrio estampa y vende camisetas para financiar parte de las actividades. Para evitar problemas de stock, sólo hacen camisetas por encargo. La asociación nos proporciona en una tabla la información de las ventas, costes y beneficio de los últimos meses. También sabemos que las camisetas tienen un coste unitario de 2.5 € y que el precio del alquiler es de 300 € mensuales. Llevan varios años con este financiamiento y nos piden si podemos ayudarles a determinar qué deben hacer para obtener los beneficios que desean: ¿Qué deben hacer para obtener 3000 € de beneficio en Septiembre? ¿Deben subir el precio? ¿Cuánto?*

El primer tipo de tareas (a) permite articular el mundo aritmético con el mundo algebraico, dando una contextualización y funcionalidad a las expresiones algebraicas.

El segundo tipo de tareas (b) permite contextualizar las ecuaciones en un marco más amplio como es el trabajo con identidades e igualdades. Además se plantea una evolución de las técnicas aritméticas, para la resolución de problemas hacia nuevas estrategias que combinan técnicas algebraicas y el uso de las representaciones gráficas para justificar desigualdades<sup>5</sup>.

Finalmente, el tercer tipo de tareas (c) permite conectar el mundo algebraico con el mundo funcional, ya que para resolver las situaciones propuestas se debe crear un modelo funcional y movilizar los conocimientos trabajados a lo largo de todas las sesiones.

### **Valoración por parte de los alumnos**

Este prototipo de *curso cero* se llevó a la práctica por primera vez en septiembre del 2010 con dos grupos de 45 alumnos antes de empezar sus estudios de ADE o Empresariales en la UPF.

Por ser la primera edición del curso, no se planteó la posibilidad de llevar a cabo un análisis de los impactos de su realización en los resultados de los estudiantes de la asignatura de Matemáticas del primer curso. Únicamente comentaremos la valoración del curso por parte de los alumnos a través de un cuestionario que fue respondido por 55 estudiantes. Respecto a la dificultad del curso, éste fue considerado no muy difícil, con una tendencia a la dificultad media<sup>6</sup>. El 8% de los alumnos que han respondido el cuestionario consideran que han aparecido muchos conceptos nuevos y un 20% consideran que han aparecido muchas técnicas nuevas. Todos estos datos nos permiten afirmar que hay indicios de que se ha conseguido la articulación de algunos conceptos y técnicas de secundaria, uno de los objetivos

<sup>5</sup> Este trabajo puede servir también para introducir un software gráfico.

<sup>6</sup> El rango de puntuación era entre 1 y 5, siendo 1 muy fácil y 5 muy difícil. Se obtuvo un 34% de respuestas situadas en 3 y un 46% en 2.

del curso. Para finalizar, destacar que el 23% de los encuestados encuentra útil el curso y el 67% lo encuentran muy útil.

### 3.2. El curso de IQS: una introducción a la modelización matemática

Como se ha expuesto anteriormente, una de las dificultades principales que encuentran los estudiantes en el ámbito de las matemáticas a la hora de iniciar los estudios de grado es el hecho de relacionar diferentes tipos de problemas y saber razonar qué herramienta deben utilizar en cada situación concreta con el objetivo de encontrar soluciones. Por esta razón, el curso de IQS tiene como objetivos repasar algunos conceptos, modelos y razonamientos matemáticos básicos estudiados en Secundaria que se consideran necesarios para aprender a describir, analizar y resolver situaciones problemáticas que se dan en el ámbito de la empresa, la economía, las finanzas o la vida cotidiana. Pero sobretodo se pretende resaltar la importancia de las situaciones que motivan la utilización de estas herramientas, la relación entre diferentes metodologías de aplicación y el cuestionamiento de las soluciones planteadas, evitando presentar soluciones totalitarias, cerradas y aisladas entre sí. Otro objetivo del curso es fomentar el trabajo en equipo de manera que los criterios individuales de cada alumno puedan verse enriquecidos con las aportaciones del resto de miembros, aceptando otros puntos de vista, cooperando en la exposición de ideas o la toma de decisiones y generando “mecanismos” para llegar a consensos.

A partir de una situación económica o empresarial inicial los alumnos, trabajando en equipo, resolverán problemas que se centran en distintos aspectos problemáticos de la situación. Para lograrlo los estudiantes deben ser capaces de utilizar las siguientes herramientas básicas: números y medidas de magnitudes económicas, medidas estadísticas básicas, razonamientos gráficos, cálculo de predicciones, desigualdades funcionales, análisis comparativos, toma de decisiones, redacción y presentación de informes matemáticos.

#### *Planificación a priori del curso*

El curso de IQS tiene una duración de dos semanas en las que se realizan un total de 10 sesiones (de lunes a viernes) de dos horas diarias que tienen estructura de seminario donde los alumnos trabajan en equipos de tres o cuatro personas. Durante la primera sesión se les presenta una situación en el mundo de la empresa de la que nos interesa estudiar diferentes aspectos económicos-empresariales que se van desarrollando a lo largo del resto de sesiones y que en el caso particular del curso de IQS 2010 ha girado en torno a la marca Desigual (Figura 1). Para llevar a cabo las diferentes actividades, cada equipo dispone de un ordenador portátil que puede utilizar libremente cuando, según sus propias necesidades, la situación lo requiera.



**Figura 1:** Introducción a la empresa centro de estudio



Al finalizar cada actividad, algunas de las cuales ocupan más de una sesión del curso, se realiza una puesta en común de los resultados alcanzados por los distintos equipos de clase y se debaten las posibles limitaciones de éstos. En la última sesión los grupos deben presentar una síntesis del estudio completo realizado y presentarla públicamente tratando los puntos más relevantes e interesantes en una exposición, previamente anunciada y abierta tanto a los profesores como a los alumnos de la universidad. Las actividades formativas específicas diseñadas a priori y que pretenden ser desarrolladas durante cada sesión se muestran en la tabla siguiente:

Día	Actividades formativas
1	<p><b>Momento del primer encuentro (familiarización con la situación)</b>            Los alumnos deben rellenar unos cuestionarios acerca de la notoriedad (espontánea o sugerida) y la utilización de la marca Desigual. Se escogen los grupos de trabajo que se mantendrán a lo largo de todo el curso.</p> <p><b>Momento exploratorio</b>            Los alumnos deben buscar información acerca de la historia, características y situación actual de la empresa Desigual. Posteriormente se les facilita la evolución en el tiempo de once rasgos económico-empresariales (nº de tiendas abiertas a nivel nacional o internacional, ingresos semanales de algunas tiendas, nº de ventas de camisetas <i>one-print</i>, etc.), que se repartirán entre los equipos de clase.</p> <p><b>Q<sub>1</sub>:</b> Realizar una descripción de la evolución de la característica asignada y preparar los resultados para el día siguiente.</p>
2	<p><b>Momento de la institucionalización</b>            Los equipos realizan una puesta en común de los resultados alcanzados durante la sesión anterior.</p> <p><b>Q<sub>2</sub>:</b> A partir de las repuestas, se plantea: ¿está suficientemente justificada? ¿Qué limitaciones tiene? ¿Tiene una utilidad real para la empresa? ¿Nos permite hacer cálculo de previsiones?</p> <p><b>Momento exploratorio (e introducción a la modelización)</b>            Los equipos de trabajo deben buscar alguna metodología que les permita hacer frente a los objetivos fijados (construir patrones, hacer previsiones a corto o largo plazo, etc.). Se les pide que especifiquen tanto el proceso de estudio como los razonamientos y modelos matemáticos utilizados.</p>
3	<p><b>Momento tecnológico-teórico</b>            Se prevé a estas alturas que los equipos hayan empezado a utilizar algún <i>software</i> informático (Excel, Wiris) para realizar algunas operaciones y representaciones, así que en este momento se realizará una pequeña introducción a las hojas de cálculo Excel.</p> <p><b>Q<sub>3</sub>:</b> ¿Se ajusta el modelo propuesto a los datos iniciales? Encontrar diferentes medidas para calcular el error cometido por el modelo encontrado en la segunda sesión. ¿Es posible mejorar el modelo propuesto?</p> <p><b>Momento exploratorio</b>            Trabajo en equipo. Si es necesario, se profundizará en herramientas más concretas de Excel (buscar objetivo, <i>solver</i>, etc.).</p>
4	<p><b>Momento de la institucionalización</b>            Exposición de resultados de cada equipo de clase. Los equipos deberán analizar la existencia de posibles errores o limitaciones en los resultados alcanzados.</p> <p><b>Q<sub>4</sub>:</b> ¿Alguno de los resultados obtenidos en las últimas sesiones puede no ajustarse a la realidad?</p>

	<p><b>Momento exploratorio/ Momento de la institucionalización</b> Trabajo en equipo y puesta en común de los resultados y conclusiones.</p> <p><b>Q<sub>5</sub>:</b> Estudiar la notoriedad y la utilización de la marca Desigual a través de los resultados del cuestionario facilitado el primer día.</p> <p><b>Momento exploratorio</b> Trabajo en equipo.</p> <p><b>Momento del primer encuentro/ Momento tecnológico-teórico</b> Introducción a la estadística descriptiva básica.</p> <p><b>Momento exploratorio/ Momento del trabajo de la técnica</b> Aplicación de los nuevos conceptos.</p>
5	<p><b>Momento del primer encuentro</b> Ampliación del material con nueva información y una nueva problemática: partimos de unos modelos previamente elaborados que representan los ingresos y los costes de la producción y venta de las camisetas <i>one-print</i>.</p> <p><b>Q<sub>6</sub>:</b> ¿Qué número mínimo de camisetas asegura unos beneficios positivos? ¿Podéis dar respuesta a esta cuestión utilizando únicamente las funciones de ingresos y costes? ¿Se podrán obtener unos beneficios superiores a 10000 € de la venta de camisetas <i>one-print</i>? ¿Cuántas camisetas deberían venderse? Reflexión y análisis de los resultados.</p> <p><b>Momento exploratorio/ Momento tecnológico-teórico</b> Trabajo de los alumnos con libre metodología. A lo largo de esta actividad y a medida que surjan los primeros errores o fracasos de la técnica utilizada, se comentará la posibilidad de usar técnicas diferentes.</p>
6	<p><b>Momento de la institucionalización</b> Exposición de resultados por parte de los equipos de clase.</p> <p><b>Q<sub>7</sub>:</b> Hallar las características de los beneficios por la fabricación y venta de las camisetas <i>one-print</i> a partir de las representaciones gráficas de los ingresos y los costes.</p> <p><b>Momento exploratorio/ Momento del trabajo de la técnica</b> Trabajo en equipo. Aplicación de los razonamientos y resultados de la exposición inicial de la sesión.</p>
7	<p><b>Momento de la institucionalización</b> Los equipos de clase harán una puesta en común de los resultados de las dos últimas sesiones.</p> <p><b>Q<sub>8</sub>:</b> ¿Cómo obtener unos beneficios máximos en la venta de camisetas <i>one-print</i> para las funciones de las dos últimas sesiones?</p> <p><b>Momento exploratorio</b> Trabajo en equipo.</p> <p><b>Momento tecnológico-teórico/ Momento de trabajo de la técnica</b> Introducción a la optimización en una variable y aplicación de los nuevos conceptos.</p>
8	<p><b>Momento de la institucionalización</b> Exposición de resultados por parte de los equipos de clase.</p> <p><b>Q<sub>9</sub>:</b> Estudio de las variaciones de los parámetros de los modelos funcionales considerados en las últimas sesiones y repercusiones gráficas. ¿Qué consecuencias tienen estas variaciones en el contexto del problema considerado?</p>

	<p><b>Q<sub>10</sub>:</b> Estudio inverso: variaciones gráficas y análisis de las repercusiones sobre las funciones estudiadas.</p> <p><b>Momento exploratorio</b></p> <p>Trabajo en equipo.</p>
<b>9</b>	<p><b>El momento de la evaluación</b></p> <p>Síntesis por parte de cada uno de los equipos del estudio llevado a cabo durante las ocho sesiones anteriores.</p> <p>Preparación de un póster por parte de cada equipo y organización de la exposición.</p>
<b>10</b>	Exposición y presentación de pósters.

**Tabla 2:** Actividades formativas desarrolladas en el curso de IQS (2010) y momentos didácticos a los que corresponde

Los rasgos propios del curso cero presentado conllevan que, para poderlo llevar a cabo, previamente se acepte la incertidumbre y la flexibilidad que lo caracterizan. Las fronteras entre sesiones e incluso la ordenación de las actividades formativas se presentan desdibujadas, dejando cierta libertad a la improvisación en función de los resultados o direcciones tomadas por los alumnos. La experiencia en la aplicación de este tipo de actividades ha permitido afrontar las principales dificultades iniciales, como aceptar que los momentos didácticos vienen marcados por las necesidades de cada situación y no justo lo contrario.

### **Valoración del curso**

El curso de IQS se inició, aunque de forma no continuada, en la Facultad d'Economia IQS de la Universitat Ramon Llull como paso previo a la titulación de ADE en el año 2004. Desde entonces se han ido implementando mejoras año tras año que han permitido ir perfilando sus características y solventando las principales dificultades encontradas. Su objetivo principal a lo largo de estos años ha sido suavizar el salto existente entre las matemáticas de secundaria y las que encontrarían al iniciar sus estudios superiores en esta universidad.

Las actividades desarrolladas por los estudiantes dentro de este dispositivo pretenden tener un carácter abierto, evitando los roles a los que los alumnos están acostumbrados y bajo los cuales el profesor les presenta unas nociones y metodologías que, tras unos ejemplos previos resueltos normalmente por el mismo profesor, ellos deben aplicar en problemas similares.

Sin ánimo de introducir una gran abundancia de nuevos conceptos, el curso de IQS pretende plantear problemas no mecanizados y sin indicaciones acerca de las herramientas a utilizar. De esta forma, se intenta romper con el carácter cerrado y absolutista con el que se suele presentar las matemáticas a los estudiantes de Secundaria. Con las puestas en común los alumnos perciben que existe un gran abanico de posibles metodologías a aplicar a una misma situación práctica, aprendiendo a la vez a analizar las aportaciones y limitaciones de cada una de ellas.

Aunque la valoración por parte de los alumnos de esta actividad suele ser muy positiva, tal y como refleja el cuestionario que se les facilita al finalizar el curso. A lo largo de sus sesiones los estudiantes encuentran ciertas dificultades que están directamente relacionadas con la falta de confianza en sus propios conocimientos, tendiendo a infravalorar sus recursos y capacidades.

A continuación se mostrarán algunos de los principales problemas encontrados a lo largo de las sesiones:

- La mayoría de equipos presentan muchas dudas a la hora de iniciar el estudio por falta de indicaciones directas.
- Algunos alumnos pretenden dar respuestas inmediatas (como buscar promedios) o intentan preguntarlas directamente a la profesora.
- Presentan dificultades en las representaciones gráficas, todos intentan representar funciones exclusivamente a través de tablas de valores pero éstas no les transmiten una idea clara de sus características principales.
- Sorprendentemente la mayoría de alumnos (un 60% aproximadamente) comentan tener algunas nociones de Excel, pero pocos se sienten cómodos a la hora de utilizarlo libremente (sin pautas previas).
- Presentan una gran falta de costumbre en reflexionar acerca de las propias respuestas o las de sus compañeros, pero poco a poco se van habituando a la incertidumbre de los ejercicios propuestos y al cuestionamiento de los propios resultados.
- Abuso de la reglas de tres en la búsqueda de soluciones.
- Les cuesta aceptar que un problema puede resolverse usando diferentes metodologías, por este motivo se les pide aplicar varios procesos y una valoración de las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.

A pesar de las dificultades encontradas los estudiantes se adaptan rápidamente a la nueva metodología de trabajo y aceptan cada vez más las responsabilidades que se les otorgan.

#### **4. Reflexión sobre el papel de las matemáticas en el grado de ADE**

La importancia de las matemáticas como instrumento en el mundo de la economía es un hecho claramente visible debido a la gran afluencia de conceptos y fórmulas matemáticas que se aplican en este ámbito. Pero su aportación en el área de la economía va más allá de un mero instrumento de cálculo, representa una gran ayuda para simplificar, aclarar y verificar razonamientos a través de la construcción de modelos que permitirán, a su vez, obtener importantes conclusiones. Durante los últimos cincuenta años el perfil del economista ha cambiado fuertemente, pasando de jugar un papel puramente intuitivo a otro muy distinto teórico-matemático. La enseñanza de la economía tanto a nivel de secundaria como a nivel universitario debe involucrar y transmitir una buena predisposición para las matemáticas (Gómez, 2008).

Ahora bien, ¿podemos afirmar que los alumnos matriculados a estas titulaciones están suficientemente motivados en el aprendizaje de las matemáticas?

Aparentemente la respuesta no es muy alentadora cuando es fácil observar desde ya hace algunas décadas una gran falta de solidez en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, especialmente en el paso de la educación secundaria a la universidad, o el gran número de fracasos en asignaturas con alto contenido matemático durante los primeros cursos de la universidad. Los problemas en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes se basan, entre otros aspectos, en la carencia de un nivel suficiente de conocimientos previos y en su actitud desmotivada hacia esta asignatura. Uno de los principales factores en esta desmotivación es la sensación de separación entre la teoría matemática y

su aplicación en el mundo empresarial. En general, se introducen contenidos matemáticos en las clases magistrales que se supone en algún momento serán retomados y permitirán construir modelos matemático-económicos. En la práctica las asignaturas de economía muestran los modelos ya construidos e inmutables, ocultando así las conexiones reales entre disciplinas.

¿Es conveniente entonces dedicar más tiempo al aprendizaje de las matemáticas a través de ejemplos prácticos aplicables a sus titulaciones con el objetivo de mejorar las posibilidades de éxito en esta asignatura?

Se debe seguir investigando con la finalidad de encontrar nuevas herramientas que aporten mayor comprensión de las matemáticas dentro del contexto de los estudios de economía y empresa ofrecidos por unas universidades que se van adaptando a la vez a su integración al Espacio Europeo de Educación Superior (Antomil et al., 2006).

Uno de los dispositivos para atenuar estas dificultades son los *cursos cero* de matemáticas que las universidades, cada vez más, ofrecen a sus futuros estudiantes. Pero, los *cursos cero* más tradicionales presentan un planteamiento puramente teórico-matemático que no aporta soluciones a la problemática comentada. En estos casos los alumnos reciben mediante la indicación de los propios profesores (a través de los enunciados y títulos) directrices demasiado específicas acerca de las herramientas a utilizar en cada situación, olvidando como consecuencia la razón de ser o la problemática que motivó tales herramientas o metodologías. Los estudiantes acaban aprendiendo unos contenidos matemáticos aparentemente inconexos los unos con los otros y aplicados a problemas tan simples y poco realistas que transmiten la falsa ilusión de que su utilidad se limita al aula de clase. Esta “solución” no deja de dar continuidad a la problemática que se pretendía solventar, cuyo origen se puede ubicar en la educación secundaria y que se agrava enormemente en el paso a la educación superior.

Por este motivo, en este documento se han presentado dos prototipos de *cursos cero* que podrían mejorar a los más tradicionales en diversos aspectos, aportando soluciones reales a la situación expuesta. El primero de ellos se basa en enriquecer las dimensiones de la actividad matemática que se realiza en secundaria, empezando a trabajar con problemas contextualizados en el grado de ADE, pero basándose aun en gran medida en los conceptos previos. El segundo curso, que podría entenderse como una evolución natural del primero, consiste en enfatizar la actividad de modelización con el objetivo de resolver situaciones problemáticas en el mundo de la economía, la empresa o la vida cotidiana, poniendo de manifiesto la necesidad de un mayor número de horas lectivas para poder abordar situaciones problemáticas no triviales ni artificiales con un grado de complejidad superior al de los problemas tipo tradicionales.

Con estas propuestas se pretende abrir nuevas líneas de investigación a los problemas de bajo rendimiento y poca motivación por parte de los alumnos en lo que hace referencia a la asignatura de matemáticas.

## Referencias

- [1] Antomil, J., Arenas Parra, M., Bilbao Perol, A., Pérez Gladish, B. y Rodríguez Uría, M. V. (2006) La utilización de mapas conceptuales en las asignaturas de matemáticas para la economía en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior. *XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional*. Volumen: Actas\_14. Fascículo 1.
- [2] Barquero, B. (2009) *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas*. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

- [3] Bloch, I. y Ghedamsi, I. (2004) *The teaching of calculus at the transition between uppers secondary school and university: factors of rupture. A study concerning the notion of limit.* <http://www.icme-organisers.dk/tsg12/papers/bloch-ghedamsi-tsg12.pdf> (último acceso: 13/7/2011)
- [4] Bolea, P. (2003) *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares.* Prensas Universitarias de Zaragoza, Zaragoza.
- [5] Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La pensée Sauvage, (Segunda edición, 1991), Grenoble.
- [6] Chevallard, Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.
- [7] Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- [8] Chevallard, Y. (2004) Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée*, 2004 (Lyon, 3-4 mai 2004). [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=45](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45) (último acceso: 13/7/2011)
- [9] Chevallard, Y. (2005) La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire. En: Ducourtioux, C. & Hennequin, P.-L. (Éds.) *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire.* Publications de l'APMEP, 168, pp. 239-263. Paris: APMEP.
- [10] Dong, Y. y Peat, M. (2004) Enhancing research and teaching to support students in transition from school to university. *The China Papers.*
- [11] Evans, M. (2000) Planning for the transition to tertiary Study: A literature review. *Journal of Institutional Research*, 9(1), pp. 1-13.
- [12] García, F. J. (2005) *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales.* Tesis doctoral. Universidad de Jaén.
- [13] Gascón, J. (1993) Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: Del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(3), pp. 295-332.
- [14] Gascón, J. (1995). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'«arithmétique généralisée». *Petit x*, 37, pp. 34-63.
- [15] Gascón, J. (1999) La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar. *Educación matemática*, 11(1), pp. 77-88.
- [16] Gómez, P., J. G. (2008) El crecimiento económico y la supervivencia: el caso de las matemáticas y la economía. *Borradores de Economía*, 498.
- [17] Hoyles, C., Newman, K. y Noss, R. (2001) Changing patterns of transition from school to university mathematics. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(6), pp. 829-845.
- [18] Kajander, A. y Lovric, M. (2005) Transition from secondary to tertiary mathematics: McMaster University experience. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(2-3), pp. 149-160.
- [19] Luk, H. (2005) The gap between secondary school and university mathematics. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(2-3), pp. 161-174.

- [20] Serrano, L. (2007) *La modelització matemàtica en els estudis de Ciències Econòmiques i Socials: disseny d'organitzacions didàctiques per a l'articulació curricular entre l'ESO, el Batxillerat i la Universitat*. Memoria de investigación, Diploma de Estudios Avanzados, Universitat Ramon Llull. Facultat d'Economia IQS.
- [21] Ruiz-Higueras, L. (1993) *Concepciones en los alumnos de Secundaria sobre la noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- [22] Ruiz-Munzón, N. (2010) *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.